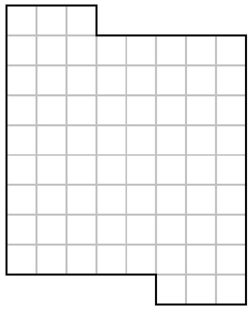
Узкие места

Кто нам мешает, тот нам поможет.

Узкое место – та часть конструкции, где *свобода выбора – наименьшая*. Часто бывают там, где *тесно* – с краю, на выступах.Узкие места служат (или кажутся) препятствиями к построению конструкции и часто бывают зацепкой к решению. Построение примера удобно начинать именно с узкого места: меньше вариантов.

1. Сколькими способами можно фигуру на рисунке разрезать по границам клеточек на
а) прямоугольники 1×5;
б) прямоугольники 1×7?



Найдя одно узкое место и построив часть примера, ищите следующее. Так шаг за шагом и стройте...

2. а) Два пятизначных числа зашифровали словами УЗКИЕ и МЕСТА (как обычно, одинаковые цифры заменили на одинаковые, разные – на разные). Пара цифр (не обязательно соседних) образует *беспорядок*, если левая цифра больше правой. Могло ли в исходных числах не быть беспорядков?
б) То же, если получились слова УЗКОЕ и МЕСТО?

Бывает, что меньше вариантов как раз далеко от края...

3. а) Можно ли целые числа от 1 до 9 выписать в строку так, чтобы разность любых двух соседних (из большего вычитается меньшее) была не меньше 5?
б) Тот же вопрос для чисел от 1 до 10?

В негеометрических задачах спрашивайте себя, что в дефиците.

4. У Владика есть два кубика, на каждую грань которых он хочет написать одну из цифр от 0 до 9. Может ли Владик так нарисовать цифры на гранях, чтобы получился «календарь»:
а) выбирая один кубик или выбирая два кубика и приставляя их друг к другу, на верхних гранях можно было бы получить любое число от 1 до 31?
б) выбирая два кубика и приставляя их друг к другу, на верхних гранях можно было бы получить любую комбинацию от 01 до 31?
(Перевернутую цифру 6 нельзя использовать как 9, а цифру 9 – как 6)

Строя контрпример шаг за шагом, вы дойдёте либо до конца, либо до противоречия.

5. Квадрат 8×8 сложен из домино 1×2. Обязательно ли в нём найдётся пара доминошек, образующих квадрат 2x2?

Зачётные задачи

УМ1. Можно ли разбить квадрат на 5 прямоугольных частей и вписать в каждую часть количество её соседей так, чтобы среди вписанных чисел нашлось 4 разных? (Соседи имеют общий отрезок границы ненулевой длины).

УМ2. В цирке 10 силачей вынесли на арену на руках по циркачке, каждая легче того, кто её нёс. Потом эти циркачки унесли с арены каждая по силачу. Могло ли случиться что
а) каждая циркачка несла силача легче себя?
б) 9 из этих циркачек несли силачей легче себя?

УМ3. Квадрат 10×10 сложен из домино 1×2. Обязательно ли в нём найдутся не менее двух квадратов 2×2, каждый из которых составлен из двух доминошек?

УМ4. Можно ли расставить 15 ладей на шахматной доске так, чтобы каждая била
а) не менее трех других?
б*) ровно двух других?
(Ладьи бьют друг друга если они стоят на одной горизонтали или вертикали и между ними нет других ладей)

УМ5. а) Решите ребус Я+ОН+ОН+ОН+ОН+ОН+ОН+ОН+ОН=МЫ (как обычно, разные буквы означают разные цифры, одинаковые – одинаковые).
б) Сколько решений у ребуса ПО=ДД·А:В·К:И ?

УМ6. Кубик 3х3х3 распилили на единичные кубики прямыми распилами. Перед очередным распилом части разрешалось перекладывать и пилить по несколько частей сразу. Каково наименьшее возможное число распилов?

УМ7. а) Можно ли в таблице 7×7 отметить менее половины клеток так, чтобы любая не отмеченная клетка граничила по стороне ровно с одной отмеченной?
б*) Можно ли в таблице 7×7 отметить часть клеток так, чтобы любая клетка (как отмеченная, так и не отмеченная) граничила по стороне ровно с одной отмеченной?