

Оценка дефицита. Принцип Дирихле

Замечаем, что у нас в дефиците, считаем это и расходуем наиболее экономно. Для оценки используем принцип Дирихле: «если в каждой клетке не более одного кролика, то кроликов не больше чем клеток» \Leftrightarrow «если кроликов больше чем клеток, то в какой-то клетке будет не менее двух кроликов».

Даже в похожих задачах дефицит может быть разный.

1. а) Какое наибольшее количество чисел от 10 до 60 можно выписать так, чтобы все выписанные цифры были различны?
- б) Какое наибольшее количество чисел от 10 до 40 можно выписать так, чтобы все выписанные цифры были различны?

Что здесь клетки, а что – кролики?

2. а) Какое наибольшее число ладей можно расставить на доске 8×10 так, чтобы они не били друг друга.
- б) Какое наибольшее число ферзей можно расставить на доске 4×4 так, чтобы они не били друг друга.

Дефицитные клетки выделяют раскраской. Часто помогает шахматная раскраска, но правильнее подбирать раскраску специально для задачи.

3. Какое наибольшее число L-пентамино (см. рис) можно выложить по границам клеток на клетчатую доску 7×7 так, чтобы они не перекрывались и были вытянуты по вертикали?



Объекты счета могут делиться на очевидные и дефицитные. При оценке сосредотачиваемся на дефицитных.

4. Сумма различных простых чисел равна 50. Каково наибольшее количество слагаемых?

Для самостоятельного решения

- ОД1. Какое наибольшее количество натуральных чисел меньше 1000 можно выбрать так, чтобы у них была разная сумма цифр?
- ОД2. На какое наибольшее число прямоугольников можно разрезать по границам клеток шахматную доску 8×8 так, чтобы каждая из частей примыкала стороной к краю доски?
- ОД3. Какое наибольшее число королей можно расставить на шахматной доске 8×8 так, чтобы они не били друг друга?
- ОД4. Макака рада, когда съест три разных фрукта. Какое наибольшее количество макак можно обрадовать, имея 5 груш, 6 яблок, 7 киви и 15 слив?
- ОД5*. Было 12 карточек с надписями «Слева от меня – ровно 1 ложное утверждение», «Слева от меня – ровно 2 ложных утверждения», ..., «Слева от меня – ровно 12 ложных утверждений». Петя разложил карточки в ряд слева направо в каком-то порядке. Какое наибольшее число утверждений могло оказаться истинными?