

## Площади и периметры клетчатых прямоугольников

Здесь мы рассматриваем только прямоугольники на клетчатой бумаге, у которых границы идут по линиям сетки. Все разрезы тоже должны идти по линиям сетки. Сторона одной клетки равна 1, поэтому площадь прямоугольника равна числу клеток в нём. Прямоугольники одинаковой площади называются *равновеликими*.

1. Можно ли квадрат  $8 \times 8$  без одной угловой клетки разрезать
  - а) на 9 равновеликих прямоугольников?
  - б) на 8 равновеликих прямоугольников?
  - в) на 7 равновеликих прямоугольников?
2. а) Квадрат  $6 \times 6$  разрезали на 9 равновеликих прямоугольников. Обязательно ли все прямоугольники равны?  
б) А при разрезании на 12 равновеликих прямоугольников?
3. а) Разрежьте квадрат  $6 \times 6$  на 10 прямоугольников с равными периметрами.  
б) Чему может быть равен периметр частей?  
в) Каковы размеры частей и сколько может быть частей каждого размера?

**Теорема.** Если у двух прямоугольников равны площади и равны периметры, то прямоугольники равны.

4. а) Квадрат  $8 \times 8$  разрезали на 8 прямоугольников с одинаковыми периметрами. Обязательно ли среди частей есть не равные?  
б) А если разрезали на 7 прямоугольников с одинаковыми периметрами?

## Зачётные задачи

В ПП1 и ПП2 достаточно ответа. В остальных вместе с ответом нужно ещё рассуждение.

**ПП1.** Разрежьте квадрат  $4 \times 4$  по границам клеток на нечётное число прямоугольников одинакового периметра.

**Ответ.** См. пример на рисунке, все прямоугольники периметра 8.

**ПП2.** Клетчатый квадрат  $6 \times 6$  без угловой клетки разрезали на равновеликие не квадратные прямоугольники. Сколько прямоугольников могло получиться? (Найдите все ответы)

**ПП3. а)** Можно ли разрезать квадрат  $8 \times 8$  на 21 прямоугольник одинакового периметра?  
**б)** А на 22 прямоугольника?

**ПП4.** Квадрат  $8 \times 8$  разрезан на прямоугольники периметра 10.

- а) Обязательно ли все прямоугольники равны?
- б) Обязательно ли число прямоугольников двузначно?

**ПП5\*.** Клетчатый прямоугольник  $11 \times 35$  разрезали по границам клеток на два меньших прямоугольника. Периметр одной части в целое число раз меньше периметра другой. Найдите размеры большего из прямоугольников.

**ПП6\*.** Можно ли клетчатый квадрат  $10 \times 10$  разрезать по границам клеток на пять прямоугольников так, чтобы ни из каких двух частей нельзя было сложить прямоугольник?