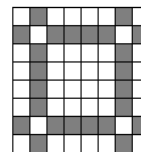


РАСКРАСКА В ДВА ЦВЕТА, ЧЕРЕДОВАНИЕ

Раскраска в два цвета позволяет выявить *узкие места* и подсчитать, сколько их.

1. Клетки доски 8×8 раскрашены в два цвета (см. рис.). Доску разрезали на домино. Каково наибольшее число двуцветных домино?



2. Можно ли разрезать на домино 2×1 квадрат 8×8 без двух угловых клеток: левой нижней и правой верхней?

Если делаются ходы, то *правильная раскраска* заставляет *чередовать* цвет поля при каждом ходе. Тогда после чётных ходов цвет один, после нечётных – другой. В частности, при шахматной раскраске чередуют цвет ходы коня и хромой ладьи.

Чередование позволяет найти чётность числа ходов на маршруте и доказывать невозможность некоторых маршрутов.

3. а) Сделав несколько ходов, шахматный конь вернулся на то поле, откуда стартовал. Докажите, что число ходов чётно.

б) Сделав 13 ходов, шахматный король вернулся на то поле, откуда стартовал. Докажите, что король сделал хотя бы один ход по диагонали.

в) Длина ребра куба равна целому числу сантиметров. Муравей бежит по ребрам куба с постоянной скоростью, нигде не поворачивая назад. Стартовав из вершины А, он через некоторое время в неё вернулся. Докажите, что его путь равен чётному числу сантиметров.

4. **Лемма.** Пусть на пути чередуются чёрные и белые клетки (или вершины), не повторяясь.

а) Если путь не замкнут, и концы – разного цвета, то на пути чёрных и белых клеток поровну.

б) Если путь не замкнут, и концы – одинакового цвета, то клеток этого цвета на 1 больше, чем другого.

в) Если путь – замкнут, то клеток каждого цвета – поровну, а число шагов – чётно.

Зачётные задачи

РЧ1. Хромая ладья ходит по вертикали и горизонтали на одну клетку. Пусть А – левая нижняя, а Б – правая верхняя клетки доски 8×8 .

а) Может ли хромая ладья пройти из А в Б, побывав в каждой клетке доски *ровно один раз*?

б) Хромая ладья прошла из А в Б, побывав в каждой клетке доски. Каково наименьшее возможное число ходов?

РЧ2. а) Раскрасьте клетки доски 6×6 в черный и белый цвета так, чтобы всего белых и черных было не поровну, а в каждом прямоугольнике 1×4 – поровну.

б*) Можно ли разрезать клетчатую доску 10×10 на прямоугольники 1×4 ?

РЧ3. Для игры в классики на земле нарисован ряд клеток, в которые вписаны по порядку числа от 1 до 10 (см. рис). Маша прыгнула снаружи в клетку 1, затем попрыгала по остальным клеткам (каждый прыжок – на соседнюю по стороне клетку) и выпрыгнула наружу из клетки 10. Известно, что на клетке 1 Маша была 1 раз, на клетке 2 – 2 раза, ..., на клетке 9 – 9 раз. Сколько раз побывала Маша на клетке 10?

1	4	5	8	9
2	3	6	7	10

РЧ4. Прямая пересекает 5 пятиугольников, но не проходит ни через одну из их вершин. Каково наибольшее число точек пересечения? (На рисунке пример с 6 точками пересечения для шестиугольника).

