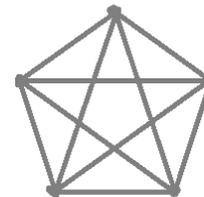


Разнобой-1

1. В графе с 5 вершинами каждые две вершины соединены ребром (см. рис). Каждое ребро покрашено в какой-нибудь цвет так, что нет рёбер одинакового цвета, выходящих из одной вершины.



- а) Может ли быть использовано ровно 4 цвета?
б) Может ли быть использовано ровно 5 цветов?

2. Во дворе живут 5 пёсиков: Шарик, Гарик, Карик, Царик и Чинарик. Каждому из них случалось драться с кем-нибудь из остальных, причем у Шарика, Гарика, Карика и Царика число тех, с кем они дрались – разное. Со сколькими собаками двора дрался Чинарик?

Определение. *Степень* вершины – это число выходящих из неё рёбер.

Лемма о рукопожатиях. В графе число вершин нечётной степени – чётно.

Определение Граф *связный*, если от любой его вершины можно пройти по ребрам до всех других вершин. Всякий несвязный граф распадается на связные куски, называемые *компонентами связности*, а связный граф состоит из одной компоненты. (Если сделать модель графа: вершины-пуговицы соединены рёбрами-нитками, то компоненты связности – это куски, на которые можно растащить модель).

3. В каждой компоненте связности графа с 11 вершинами есть хотя бы одно ребро. Каково наибольшее число компонент?
4. На рёбрах куба написали числа 1, 3 и 5 так, что рёбра с одинаковыми числами не соприкасаются. Найдите сумму всех написанных чисел.
5. а) Известно, что у натурального числа 1536 ровно 20 различных делителей (включая 1 и 1536). Докажите, что произведение всех этих делителей равно 1536^{10} .
б) Найдите произведение всех делителей числа 30^2 .

Задачи на ответ

6. Вершины графа – числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. Пара вершин соединена ребром, если сумма чисел в вершинах – простое число. Нарисуйте этот граф так, чтобы рёбра не пересекались.
7. Нарисуйте два разных графа с 7 вершинами, у которых каждая вершина имеет степень 2.
8. Представьте 23 как сумму двух натуральных чисел так, чтобы у слагаемых было поровну делителей.

Зачётные задачи

ЦЦ46. В классе 30 учеников, у каждого ровно по 2 друга. Обязательно ли можно организовать 11 дежурств так, чтобы каждый раз дежурили по двое друзей, и никто не дежурил более одного раза?

РГ2а. В 13-угольнике провели 30 диагоналей, при этом из 3 вершин выходит по 3 диагонали, из 4 вершин – по 4 диагонали, из 5 вершин – по 5 диагоналей. Сколько диагоналей проведено из последней вершины? (*Диагональ* – это отрезок с концами в несоседних вершинах многоугольника)

СА5. Найдите сумму всех двузначных чисел, которые не делятся на 3.

РА1. Из спичек сложили клетчатый квадрат 6×6 со стороной клетки в одну спичку. На спичках написали числа 1, 2, 3 и 4 так, что на сторонах у каждой клетки стоят разные числа. Сумма чисел на периметре квадрата равна 40. Чему равна сумма чисел на всех спичках?