

Перебор делителей

Когда нужны все делители числа, их ищут с помощью разложения числа на простые множители.

1. Произведение трёх натуральных чисел равно 77, а сумма – меньше. Найдите сумму.
2. Сколько различных делителей у числа **а)** 45; **б)** 200. Как выписать их все?

Комментарий. Построив аналогичную таблицу для числа $p^m \cdot q^n$, где p и q – различные простые числа, видим, что у такого числа $(m+1)(n+1)$ делителей. Аналогично комбинируя три разных степени, видим, что у числа $p^m \cdot q^n \cdot r^l$ есть $(m+1)(n+1)(l+1)$ делителей, и т. п.

Разбиение делителей на пары делают так, чтобы либо в каждой паре было одинаковое произведение, либо – одинаковое частное.

3. Найдите произведение всех делителей числа 1000.

Комментарии. Если число *не* точный квадрат, у него *чётное* число делителей, а если точный квадрат – то *нечётное*.

Если делители записать по возрастанию, то объединив в пару первый с последним, второй – с предпоследним и т. д., получим пары с произведением, равным самому числу.

Перебор по делителям: выяснив, что искомое число – делитель известного числа, проверьте все делители известного – их обычно не так много.

4. Найдите все решения ребуса $** \cdot ** = 210$.

Задачи на ответ

5. Сколько различных делителей у числа 100?
6. Найдите сумму всех делителей числа 28.
7. Найдите самое маленькое число, у которого ровно 7 делителей.

Зачётные задачи

Де1. Найдите самое маленькое число, у которого ровно 6 делителей.

Де2. Существует ли двузначное число, у которого ровно 12 различных делителей?

Де3. У натурального числа A ровно 22 различных делителя (включая 1 и A). Найдите произведение всех этих делителей (выразите ответ через A).

Де4. На 100 карточках, лежащих в ряд, слева направо записаны по порядку номера 1, 2, ..., 100. Сначала все карточки лежат номером вниз. В первую минуту перевернули каждую карточку. Во вторую – каждую вторую (считая слева). В третью минуту – каждую третью (считая слева). В 4-ю минуту – каждую четвёртую и т.д. до 100-й минуты включительно. Сколько карточек в итоге лежат номером вверх? Какие у них номера?

Де5. Клетчатый квадрат 20×20 разрезали по границам клеток на 20 прямоугольников. Один из них отложили, а из остальных составили квадрат 10×10 . Найдите размеры отложенного прямоугольника.