

Геометрические примеры и алгоритмы

22 июля

Увидеть знакомое

1. Можно ли отметить на плоскости 6 точек и провести 6 прямых так, чтобы на каждой прямой было две отмеченные точки и по обе стороны от нее лежало по две отмеченные?
2. При каком наименьшем n найдется n -угольник, который можно разрезать на
а) 3 равные части; б) 4 равные части; в) 5 равных частей; г) 10 равных частей; д) 13 равных частей?

Преодолеть инерцию мышления

3. На какое наибольшее число частей могут разбить четырехугольник две прямые?
4. Прямая не проходит через вершины многоугольника, но пересекает все его стороны. Может ли в многоугольнике быть а) 28 сторон? б) 29 сторон?

Как такое может быть?

5. Можно ли разрезать какой-нибудь треугольник на четыре выпуклые фигуры: треугольник, четырехугольник, пятиугольник и шестиугольник?
6. Ваня утверждает, что он может нарисовать шестиугольник и, проведя прямую через две его вершины, отрезать от него семиугольник. Не ошибается ли Ваня?
7. Барон Мюнхгаузен утверждает, что смог разрезать некоторый равнобедренный треугольник на три треугольника так, что из любых двух частей тоже можно было сложить равнобедренный треугольник. Не хвастает ли барон?

Покрытия

8. На сторонах остроугольного треугольника как на диагоналях построили три квадрата. Докажите, что квадраты полностью накрыли треугольник.
9. а) На столе лежат пять одинаковых бумажных треугольников. Каждый из них разрешается сдвигать в любом направлении, *не поворачивая*. Верно ли, что всегда любой из этих треугольников можно накрыть четырьмя другими?
б) На столе лежат пять одинаковых *равносторонних* бумажных треугольников. Каждый из них разрешается сдвигать в любом направлении, *не поворачивая*. Докажите, что любой из этих треугольников можно накрыть четырьмя другими.
10. Дан остроугольный треугольник ABC . Его покрывают тремя кругами, центры которых лежат в вершинах, а радиусы равны высотам, проведенным из этих вершин. Докажите, что каждая точка треугольника покрыта хотя бы одним из кругов.

Для самостоятельного решения

- ГА1. Нарисуйте шестиугольник и проведите через две его вершины прямую, которая разбивает его на два пятиугольника.
- ГА2. Пусть на плоскости отмечено несколько точек. Назовем прямую *нечестной*, если она проходит ровно через три отмеченные точки, и по разные стороны от нее отмеченных точек не поровну. Можно ли отметить 7 точек и провести для них 5 нечестных прямых?
- ГА3. На плоскости нарисован черный квадрат. Имеется семь квадратных плиток того же размера. Нужно положить их на плоскости так, чтобы они не перекрывались и чтобы каждая плитка покрывала хотя бы часть черного квадрата (хотя бы одну точку *внутри* него). Как это сделать?
- ГА4. В прямоугольнике одна сторона вдвое больше другой. Он разбит на меньшие прямоугольники (возможно, неодинаковые). Докажите, что *каждый* из меньших прямоугольников можно разрезать на две части и сложить из них всех два равных квадрата так, чтобы в каждый из квадратов вошли части из всех меньших прямоугольников.