

Равномерное распределение

19 июля

Чтобы распределить шоколад поровну, часто приходится ломать шоколадки. При построении примеров поищите возможность «разломать» даже если это сначала кажется невозможным.

1. На сковороде могут одновременно жариться 2 котлеты. Каждую надо обжарить с обеих сторон, причём для обжаривания одной стороны требуются 2 минуты. Можно ли поджарить 3 котлеты меньше чем за 7 минут?
2. Четыре кузнеца должны подковать пять лошадей. У каждой лошади надо подковать все 4 ноги, каждый кузнец тратит на одну подкову пять минут. Можно ли закончить работу быстрее, чем за полчаса? (Лошадь не может стоять на двух ногах.)
3. Десять гномов вместе выпивают ведро молока за минуту. Каждый гном пьёт молоко с некоторой постоянной скоростью, но скорости у разных гномов могут быть разные. Докажите, что если разлить молоко поровну в 10 бутылок, то гномы тоже смогут управиться с ним за минуту. (Из каждой бутылки в каждый момент может пить только один гном, но разрешается любое число раз обмениваться бутылками, обмен происходит мгновенно. Гномы пьют каждый со своей скоростью).

Иногда вместо суммы удобнее считать сумму, умноженную на какое-то число. Тогда слагаемые можно считать по нескольку раз (лучше одинаковое число раз).

4. В клетках прямоугольной таблицы записаны числа. Известно, что на объединении любой строки и столбца сумма чисел положительна. Докажите, что сумма чисел в таблице тоже положительна.
5. По кругу стоят 100 целых чисел. Произведение любых семи подряд – точный куб. Докажите, что каждое число – точный куб.
6. а) Дано 4-значное число A . В его записи нет нулей, все цифры различны, а сумма цифр равна 20. На доску выписали A и все числа, полученные из A перестановками цифр. Чему равна сумма выписанных чисел?
б) Выписали все числа меньше 100000, у которых сумма цифр кратна 7. Докажите, что сумма всех чисел тоже кратна 7.

Распределение ресурса

Справедливое(оптимальное) распределение ресурса обычно достигается при равенстве. Главное – понять, что приравнять.

7. Трое путников сели вместе обедать. Первый выложил на стол три булочки, второй – пять булочек. Ели поровну. Третий решил заплатить за хлеб и выложил 8 монет. Как должны первые двое разделить между собой монеты?
8. Покрышки на двух передних колесах изнашиваются (и должны быть сменены) после пробега в 15000 км, на двух задних – после 10000 км. Есть 4 новые покрышки. Какое наибольшее расстояние может проехать машина до их замены?
9. Мальчики Ваня и Федя и их папа собрались в госте к дяде, который живет в поселке в 40 км от них по шоссе. У их папы есть мотороллер, скорость которого 25 км/ч и есть лишь одно место для пассажира. Для экономии времени Ваня выходит пешком, а Федю папа провозит некоторое расстояние по шоссе. Дальше Федя идет

пешком, а папа разворачивается, доезжает до Вани, сажает и довозит до дяди. Через какое наименьшее время все трое смогут собраться у дяди, если мальчики ходят со скоростью 5 км/ч?

10. На старт "Веселого забега" на 3000 м выходит команда из Маши и Алины. Им выдается один одноместный самокат. Дорожка – прямая, стартуют все одновременно, возвращаться нельзя, а в зачет идет время последнего. Маша бежит со скоростью 100 м/мин, Алина – 150 м/мин, а на самокате обе едут со скоростью 300 м/мин. За какое наименьшее время команда может пройти дистанцию?
11. На часовую, минутную и секундную стрелки часов в полночь сели три мухи. Если одна стрелка обгоняет другую, мухи меняются местами. Как известно, с полуночи до полудня тройных совпадений стрелок больше не случается. Сколько оборотов сделает муха, севшая первоначально на минутную стрелку?
12. В магазин завезли 20 кг сыра, за ним выстроилась очередь. Отпустив сыр очередному покупателю, продавщица безошибочно подсчитывает средний вес покупки по всему проданному сыру и сообщает, на сколько человек хватит оставшегося сыра, если все будут покупать именно по этому среднему весу. Могла ли продавщица после каждого из первых 10 покупателей сообщать, что сыра хватит еще ровно на 10 человек? Если да, то сколько сыра осталось в магазине после первых 10 покупателей?

Для самостоятельного решения

РР1. На старт "Веселого забега" на 3000 м выходит команда из Саши, Вадика и Руслана. Им выдается один одноместный самокат. Дорожка – прямая, стартуют все одновременно, а в зачет идет время последнего. Придумайте план забега, если Саша бежит со скоростью 100 м/мин, Вадик – 125 м/мин, Руслан – 150 м/мин, а на самокате едут все со скоростью 250 м/мин? За какое наименьшее время команда может пройти дистанцию?

РР2. Автобус, едущий по маршруту длиной 100 км, снабжен компьютером, показывающим, сколько времени осталось до прибытия в конечный пункт. Это время рассчитывается исходя из предположения, что средняя скорость автобуса на оставшемся участке маршрута будет такой же, как и на уже пройденной его части. Спустя 40 минут после начала движения ожидаемое время до прибытия составило 1 час и оставалось таким еще в течение пяти часов. Могло ли такое быть? Если да, то сколько километров проехал автобус к окончанию этих пяти часов?

РР3. Ваня и Федя живут в поселках, между которыми по прямому шоссе 30 км, а их дядя – ровно посередине между ними. Дядя пригласил племянников в гости. У дяди есть мотороллер, скорость которого 20 км/ч. Для экономии времени все стартуют одновременно: ребята выходят пешком, а дядя выезжает на мотороллере, по очереди подбирает племянников на дороге и подвозит к себе домой. За какое наименьшее время все могут добраться к дяде, если Ваня ходит со скоростью 4 км/ч, а Федя - 5 км/ч?

РР4. Купившему головку сыра весом 3 кг магазин предлагает призовую игру. Покупатель режет головку на 4 куса, а продавец выбирает из этих кусков один или несколько и раскладывает их на одну или на обе чаши весов. При неравновесии продавец обязан за счет магазина добавить призовой кусок сыра, уравновешивающий чаши. Продавец старается сделать приз поменьше, а покупатель – побольше. Найдите вес призового куска при наилучших действиях сторон.

