

Дополнительные построения

19 июля

Параллельные прямые

- а) В выпуклом четырехугольнике соединили середины соседних сторон. Докажите, что получился параллелограмм.
б) В выпуклом четырехугольнике средняя линия образует равные углы с диагоналями. Докажите, что диагонали равны.
- Точка D взята на медиане BM треугольника ABC . Через точку D проведена прямая, параллельная стороне AB , а через точку C проведена прямая, параллельная медиане BM . Две проведённые прямые пересекаются в точке E . Докажите, что $BE=AD$.
- Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника делит противоположную сторону так, что отрезок, прилежащий к вершине треугольника, равен его основанию. Докажите, что эта биссектриса также равна основанию треугольника.

Спрявление

- На отрезке AB выбраны точки C и D . На отрезках AC и BC построены в одну сторону правильные треугольники ACQ и BCP . Докажите, что $QD + DP \geq AB$.
- Внутри прямого угла с вершиной O взята точка C , а на его сторонах – точки A и B . Докажите, что $2OC < AB + AC + BC$.
- Точки D и E делят сторону AC треугольника ABC на три равные части. Докажите, что $BD + BE < AB + BC$.
- На основании AC равнобедренного треугольника ABC выбрали точку D , а на его продолжении за вершину C – точку E , причем $AD=CE$. Докажите, что $BD+BE>AB+BC$.

Построение треугольника.

- В треугольнике ABC $\angle A = 3\angle C$. Точка D на стороне BC обладает тем свойством, что $\angle ADC = 2\angle C$. Доказать, что $AB + AD = BC$.
- В треугольнике ABC проведена биссектриса BL . Известно, что $BL=AB$. На продолжении BL за точку L выбрана точка K так, что $\angle BAK + \angle BAL = 180^\circ$. Докажите, что $BK=BC$.
- В треугольнике ABC $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 80^\circ$. Внутри треугольника взята точка M такая, что $\angle ACM = 10^\circ$, $\angle MBC = 20^\circ$. Докажите, что $CM = AB$.
- На стороне AC треугольника ABC взяты точки R и T (R лежит между A и T) так, что $BR = AB/2$, $BT = BC/2$, $BM = RT$, где BM – медиана. Найти $\angle RBT$, если $\angle ABC = 150^\circ$.

Для самостоятельного решения

12. На сторонах AB и BC треугольника ABC взяты точки D и E соответственно так, что $AD/DB = BE/EC = 2$ и $\angle ACB = 2\angle DEB$. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
13. Внутри острого угла лежит точка A . Постройте треугольник ABC наименьшего периметра с вершинами B и C на разных сторонах угла.
14. Катет BC прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C разделен точками D и E на три равные части. Докажите, что если $BC = 3AC$, то сумма углов AEC , ADC и ABC равна 90° .
15. На продолжении наибольшей стороны AB треугольника ABC отложен отрезок BD за точку B , равный стороне BC . Докажите, что угол ACD тупой.