

Теорема Бойяи-Гервина

16 июля

Определение. Два многоугольника *равносоставлены*, если один из них можно перекроить в другой (то есть разрезать на части, переложив которые, можно получить другой). Ясно, что любые два равноставленных многоугольника равновелики.

Теорема 1 (Бойяи-Гервина) Всякие два равновеликих многоугольника равноставлены.

1.1. Если многоугольники P и Q равноставлены и многоугольники Q и R равноставлены, то многоугольники P и R – тоже равноставлены.

1.2. Всякий треугольник можно перекроить а) в параллелограмм; б) в прямоугольник.

1.3. Пусть два равновеликих параллелограмма с равными основаниями $ABCD$ и $ABEF$ расположены так, что точки C, E, D, F лежат на одной прямой именно в указанном порядке. Тогда эти параллелограммы равноставлены.

1.4. Два равновеликих параллелограмма с равными основаниями равноставлены.

1.5. Если a больше какой-нибудь стороны прямоугольника, то прямоугольник можно перекроить в параллелограмм со стороной a .

1.6. Если a больше какой-нибудь стороны прямоугольника, то прямоугольник можно перекроить в прямоугольник со стороной a .

1.7. Любые два равновеликих прямоугольника равноставлены.

1.8. Любой треугольник можно перекроить в прямоугольник со стороной 1.

1.9. Фигуру, разбиваемую на треугольники, можно перекроить в прямоугольник со стороной 1.

1.10. Любые два равновеликих многоугольника равноставлены.

Определение. Фигуры называются *равнодополняемыми*, если их можно получить, отрезая от равных фигур одну или несколько равных частей.

Упр2. Докажите, что равнодополняемые фигуры равновелики.

Упр3. Докажите, что параллелограмм равнодополняем некоторому прямоугольнику.

Теорема 4. Равновеликие многоугольники равнодополняемы.

Зад5. Придумайте какой-нибудь способ перекроить прямоугольник 3×1 в квадрат.

Зад6. Перекроите прямоугольник 3×4 в квадрат, разрезав его всего на 3 части!

Зад7. Перекроите прямоугольник 3×1 в квадрат, разрезав его не более чем на 6 частей.

Для самостоятельного решения

БГ1. Перекроите квадрат в правильный шестиугольник, разрезав его не более чем на а) 8 частей; б) * 5 частей.

БГ2. Перекроите квадрат в 3 равных квадрата, разрезав его не более чем на а) 10 частей; б) 7 частей.

БГ3. Перекроите квадрат в правильный треугольник, разрезав его не более, чем на а) 10 частей; б) * 5 частей.

БГ4. Пусть $a^2 + b^2 = c^2$. Перекроите квадрат со стороной c в два квадрата со сторонами a и b , разрезав его не более, чем на 5 частей (число частей не должно зависеть от a и b).