

Испытания и оценки

11 июля

Пусть надо выявить один случай из N , и каждый вопрос делит все случаи на k групп, выясняя, в какую из групп попал искомый случай. Тогда жадный алгоритм состоит в том, чтобы делить на такие группы, чтобы размер наибольшей был как можно меньше (в идеале – на равные группы).

1. а) Зритель задумывает одну из 100 карточек. За один ход фокусник может разложить все карточки на 10 кучек и узнать у зрителя, в какой из групп находится карточка. За какое наименьшее число вопросов фокусник может наверняка определить задуманную карту?
б) То же, но раскладывает на 5 кучек.
2. Петя загадал натуральное число A от 1 до 8. Витя называет любое натуральное число X , и Петя отвечает, делится ли X на A . Может ли Витя наверняка угадать A после трёх таких вопросов?
3. Есть 10 монет, из них одна фальшивая, легче настоящей. Все настоящие весят одинаково. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка найти фальшивую монету?
4. Есть 5 серебряных монет и 4 золотые (они отличаются по виду от серебряных). Известно, что одна из них фальшивая, а остальные настоящие (учтите, что настоящая серебряная монета может отличаться по весу от настоящей золотой!). Если фальшивая монета серебряная, то она легче настоящих монет, а если золотая – то тяжелее. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка найти фальшивую монету?

Пространство вариантов

Чаще всего перед нами ситуация одного неизвестного варианта из некоторого множества (пространства) возможных элементарных вариантов. Полезно выписать все возможные варианты и делать такие испытания, чтобы количество подозрительных вариантов в наихудшем случае было как можно меньше.

5. Задуманы два континента. За какое наименьшее число вопросов типа «Да/Нет» можно наверняка определить оба?
6. Имеются 4 детали с маркировками 1 г, 2 г, 3 г и 4 г. Одна из них дефектная: более лёгкая или более тяжёлая, чем указано. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка узнать, какая из деталей дефектная и при этом определить, легче ли она или тяжелее, чем на ней указано?
7. Десять монет, среди которых есть как настоящие, весящие по 10 г, так и фальшивые, весящие по 9 г, выложены в ряд. Известно, что каждая настоящая лежит левее любой фальшивой. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка определить все фальшивые монеты?
8. По кругу лежат 54 монеты, из них две фальшивых. Известно, что настоящие монеты весят одинаково, фальшивые монеты тоже весят одинаково, но фальшивые легче настоящих. Известно также, что фальшивки лежат либо рядом, либо строго напротив друг друга. За какое наименьшее взвешиваний на чашечных весах без гирь число можно найти обе фальшивки?

Для самостоятельного решения

Ис1. Даны четыре одинаковых по виду шара массой 101 г, 102 г, 103 г и 105 г, а также весы со стрелкой (показывают вес груза). За какое наименьшее число взвешиваний можно определить массу каждого шара?

Ис2. Имеется 9 гирек-эталонов весом 100 г, 200 г, ..., 900 г, и чашечные весы без других гирь. К сожалению, одна из гирек побывала в руках нечестных торговцев, и теперь она весит немного (не более чем на 10 г) легче, чем раньше. За какое наименьшее число взвешиваний можно определить облегченную гирьку?

Ис3. В этой задаче Петя может отвечать на вопросы «да», «нет» или «не знаю». Он загадал целое число от 1 до 3. Придумайте такие вопросы, чтобы за один вопрос угадать это число.

Ис4. Из 9 монет одна фальшивая – легче остальных. Имеются два экземпляра внешне неразличимых чашечных весов, из которых одни заедают (при любом взвешивании, в котором на чашах поровну монет, показывают равенство). За какое наименьшее число взвешиваний можно найти фальшивую монету?

Ис5. В ряд лежат 8 монет, при этом из левых четырёх одна фальшивая и из правых четырёх тоже одна (обе фальшивые легче настоящих и равны по весу друг другу). За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка определить, сколько настоящих монет лежит между парой фальшивых (сами фальшивые монеты определять не обязательно).