

## Разной 2

06 июля

10. Найдите наибольшее натуральное число  $n$ , для которого число  $10n$  делится на все натуральные числа, меньшие  $n$ .
11. Руслан записал результат от умножения некоторого натурального числа на себя. Понадобилось более 2012 цифр. Какое наименьшее количество из этих цифр могли быть чётными?
12. На окружности отмечены 6 точек. Каждые две соединены хордой. Некоторые из хорд синие, остальные – красные. Докажите, что найдется замкнутая ломаная (возможно, самопересекающаяся) из четырех хорд одинакового цвета.
13. Найдутся ли три различных положительных числа  $a, b, c$ , что система двух уравнений с одним неизвестным  $ax+b=c, x/a + 1/b = 1/c$  имеет решение?
14. Клетки доски  $8 \times 8$  раскрашены в 4 цвета так, что в каждом квадратике  $2 \times 2$  встречаются клетки всех цветов. Докажите, что угловые клетки доски раскрашены в 4 разных цвета.
15. Петя нарисовал на плоскости несколько отрезков, и отметил несколько точек, в том числе концы всех нарисованных отрезков и точки пересечения отрезков. Оказалось, что для любой пары точек найдется отмеченный отрезок, на котором обе точки лежат. Вася рисунка не видел, но утверждает, что все точки, кроме, быть может, двух лежат на одном отрезке. Обязательно ли Вася прав?
16. За одну операцию разрешается в треугольнике изменить длину одной из сторон, сохраняя длины двух других (но так, чтоб он остался треугольником). За какое наименьшее число операций можно из правильного треугольника со стороной 1 сделать правильный треугольник со стороной 100?
17. Алина едет на катере с постоянной скоростью и бросает хлеб чайке за кормой. Чайка поднимает хлеб с поверхности моря за 3 секунды и нагоняет после этого катер через 12 секунд. Войдя в залив, катер уменьшил скорость вдвое. Через сколько секунд после подъема хлеба чайка нагоняет катер теперь?
18. Внутри равнобедренного треугольника  $ABC$  с основанием  $BC$  взята точка  $M$  так, что  $\angle MBC=30^\circ, \angle MCB=10^\circ$ . Найти  $\angle AMC$ , если  $\angle BAC=80^\circ$ .