

Принцип узких мест. Подсчет углов

Упр1. а) Можно ли натуральные числа от 1 до 99 выписать в строку так, чтобы разность любых двух соседних (из большего вычитается меньшее) была не меньше 50? б) Тот же вопрос для чисел от 1 до 100?

Зад2. В противоположных углах квадратного пруда со стороной 10 м сидели два гуся. Поплавав по пруду, они оказались в двух других противоположных углах. Докажите, что в некоторый момент расстояние между кончиками их клювов было ровно 12 м.

Зад3. а) Найдутся ли два последовательных шестизначных номера, сумма цифр каждого из которых делится на 11? б) Найдите наименьшую пару последовательных натуральных чисел, чтобы сумма цифр каждого делилась на 11.

Зад4. Легко распилить кубик $3 \times 3 \times 3$ на 27 кубиков шестью распилами. Можно ли уменьшить число распилов, если части разрешается перекладывать и пилить по несколько частей сразу?

Зад5. Где-то на поле 10×10 для игры в "Морской бой" стоит корабль 1×4 . За какое наименьшее число выстрелов можно в него наверняка попасть?

Зад6. Выпуклый n -угольник разрезан диагоналями на части. Докажите, что в каждой части не более n сторон.

Подсчет углов

Зад7. Можно ли разрезать квадрат на равнобедренные треугольники с углом 40° при основании?

Зад8. Можно ли разрезать квадрат на прямоугольники так, чтобы каждый граничил (по отрезку) не менее чем с шестью другими?

Зад9. Шахматную доску 9×9 раскрасили в шахматном порядке, после чего выпилили из нее все угловые клетки и все примыкающие к краю клетки того же цвета. На какое наименьшее число прямоугольников можно разрезать оставшуюся фигуру, если разрешается резать а) только по границам клеток; б) как угодно?

Зад10. Можно ли разрезать квадрат на равнобедренные треугольники с углом 75° при основании?

Для самостоятельного решения

Зад11. Пьяный шахматный король не в состоянии сделать два шага подряд в одном направлении. Он таки умудрился обойти доску 5×5 , побывав на каждой клетке ровно по одному разу и вернувшись в исходную клетку. а) Как это ему удалось? б) Докажите, что его путь (т.е. ломаная, содержащая центры клеток) – самопересекающийся.

Зад12. Многоугольник можно разрезать на 100 прямоугольников, но нельзя на 99. Докажите, что его нельзя разрезать на 100 треугольников.

Зад13. Фанерный многоугольник разбит линиями разметки на прямоугольники. Пила может делать только прямые разрезы от края

исходного многоугольника или отпавшей части. Докажите, что многоугольник можно пропилить по всем линиям разметки.

Зад14. Прямоугольник разрезан на прямоугольные треугольники, которые граничат только целыми сторонами катет к гипотенузе. Докажите, что отношение длинной стороны прямоугольника к короткой не менее 2.

www.ashap.info/Uroki/KirovLMSH/2000/