

ПРИНЦИП КРАЙНЕГО

Я самый, самый, самый, самый ...

1. В отряде 6 класса прошло соревнование по перетягиванию каната, в результате все оказались занесены в список по убыванию силы. Вячеслав Александрович задумался: верно ли, что любые трое перетянут любых двоих. За сколько перетягиваний он сможет это установить?
2. На шахматной доске стоит несколько ладей. Докажите, что какая-то из ладей бьет не более двух других.
3. По кругу выписаны несколько чисел, каждое равно полусумме двух соседних. Докажите, что все числа равны.
4. Шахматная доска разбита на домино. Докажите, что какая-то пара домино образует квадратик 2×2 .
5. Семь грибников собрали вместе 100 грибов, причем каждый собрал разное количество. Докажите, что какие-то три грибника собрали вместе не менее 50 грибов.
6. Кубик Рубика $3 \times 3 \times 3$ надо распилить на единичные кубики. После распила части можно перекладывать и прикладывать так, чтобы можно было пилить несколько частей одновременно. Докажите, что понадобится не менее 6 прямых распилов.
7. Можно ли на клетчатой бумаге обвести по линиям сетки два квадрата так, чтобы площадь первого была ровно вдвое меньше площади второго?
8. Известно, что если у двух жителей Вишкиля поровну знакомых среди односельчан, то общих знакомых у них нет. Докажите, что найдется житель, у которого ровно один знакомый односельчанин.

Для самостоятельного решения

9. Путешественник отправился из своего родного города А в самый удаленный от него город страны Б, оттуда – в самый удаленный от Б город В и т.д. Докажите, что если В и А – разные города, то путешественник никогда не вернется домой.
10. У геолога есть чашечные весы без гирь и 8 камней. Он хочет знать, верно ли, что два камня всегда тяжелее одного. Как ему гарантированно проверить это
 - а) за 19 взвешиваний;
 - б) за 13 взвешиваний?
11. В марсианском метро с любой станции можно проехать на любую. Докажите, что можно так выбрать станцию и закрыть ее на ремонт (без права проезда через нее), что по-прежнему можно будет проехать с любой оставшейся на любую оставшуюся.
12. На полях шахматной доски расставлены числа 1, 2, ..., 64. Докажите, что найдется пара соседних по стороне клеток, где числа отличаются не меньше, чем на 5.