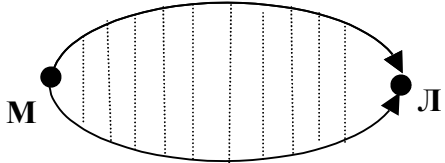


КОМБИНАТОРИКА И КОДИРОВКА

1. В детский сад привезли кубики, красные и синие. Каждому из 100 детей выдали по 3 кубика, и каждый ребенок построил из своих кубиков башню. Какое наибольшее число различно раскрашенных башен могло получиться? А если выдали по 4 кубика? По 5? По 6? По 7?
 2. Сигнальное устройство состоит из пяти одноцветных лампочек, расположенных в ряд. Сколько различных сигналов можно подать с его помощью? А сколько, самое меньшее, надо взять лампочек, чтобы можно было подать 200 различных сигналов?
 3. В азбуке племени УЫ всего две буквы: У и Ы. Какое наибольшее число различных пятибуквенных имен могут дать детям в этом племени?
 4. Назовем число забавным, если все его цифры делятся на 4. Сколько забавных чисел среди четырехзначных? Шестизначных?
 5. Как известно, компьютер работает с *двоичными кодами*, которые представляют собой записи, составленные из нулей и единиц (например, 11001011). Количество знаков в коде называется его длиной. Сколько разных символов можно закодировать двоичными кодами длины 5? Длины 6?
 6. Во рту у марсианина есть 10 гнезд для зубов. В каждом гнезде либо есть зуб, либо его нет. Известно, что любые два марсианина отличаются набором зубов (т.е., если взять любых двух, то найдется гнездо, в котором у одного есть зуб, а у другого нет). Каково наибольшее возможно число марсиан?
 7. Сигнальный флажок состоит из шести горизонтальных полосок белого, синего или красного цвета, причем верхняя полоска всегда синяя, а соседние полоски – разноцветные. Сколько бывает разных сигнальных флажков?
 8. Из Манчестера в Ливерпуль ведут два шоссе с односторонним движением, пересеченные десятью проселками (см. рис.). Машина выезжает из М в Л по одному из шоссе, и, доезжая до любой развилки, может либо свернуть на проселок, либо не сворачивать. Свернув, она проезжает проселок до конца и продолжает путь по другому шоссе (по тем же правилам). Сколькими разными способами можно проехать из Манчестера в Ливерпуль?
- 
9. Имеется 10 различных книг. Сколькими различными способами можно выбрать из них одну или несколько книг для подарка?
10. Сколько различных делителей у числа 42? 30? 210? 2130?
 11. Сколько различных пятибуквенных имен можно составить, если в алфавите три буквы?
 12. Сколько различных делителей у числа 36? 900?
 13. Придумайте задачу на подсчет числа возможностей с ответом 125.

Для самостоятельного решения

14. а) Назовем число отличным, если сумма любых двух соседних его цифр делится на 5. Сколько отличных семизначных чисел оканчиваются на 7?

б) Назовем число плохим, если сумма любых двух соседних его цифр делится на 2. Сколько плохих семизначных чисел оканчиваются на 7?

15. Назовем две цифры *близкими*, если они отличаются на 1. Кроме того, будем считать близкими цифры 0 и 9. Сколько существует различных десятизначных чисел, у которых любые две соседние цифры – близкие.

16. На плоскости дан квадрат 8×8 , разбитый на клеточки 1×1 . Его покрывают прямоугольными равнобедренными треугольниками (два треугольника закрывают одну клетку). Имеется 64 чёрных и 64 белых треугольника. Назовём покрытие "правильным", если в нём любые два треугольника, имеющие общую сторону, покрашены в разные цвета. Сколько существует правильных покрытий?

17.* Сколькими способами можно расставить числа $1, 2, \dots, 10$ в строку так, чтобы каждое число, кроме единицы, было больше по крайней мере одного из своих соседей?