

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ

Вопросы для вспоминания и самопроверки

1. Сформулируйте признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10, 25, 50, 100.
2. Почему верны признаки "Число делится на 2 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 2" и "Число делится на 5 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 5" и не верны аналогичные признаки для других однозначных чисел?
3. Почему верен признак "Число делится на 4 тогда и только тогда, когда число, образованное двумя его последними цифрами делится на 4"? Сформулируйте аналогичные признаки делимости для чисел 25 и 50. Что общего у этих чисел с числом 4?
4. Сформулируйте и докажите признаки делимости на 8 и 125.
5. Сформулируйте признаки делимости на 3 и на 9. Почему всякое число вида $10 \dots 0$ при делении на 9 дает в остатке 1? Верны ли аналогичные признаки для других однозначных чисел?
6. Какой остаток от деления на 9 дает число вида $A0 \dots 0$? Докажите, что число и его сумма цифр дают при делении на 9 одинаковые остатки. Докажите, что это же верно при делении на 3.
7. Как проверить, делится ли число на а) 6 б) 12 в) 15 г) 18 д) 30 е) 45 ж) 75 з) 225?
8. Поставим перед каждой цифрой числа знаки плюс и минус по очереди начиная с плюса перед последней цифрой и идя справа налево. Назовем результат **знакопеременной суммой цифр** числа. Например, для числа 1999 это $-1+9-9+9=8$.
Докажите, что знакопеременная сумма цифр четырехзначного числа может принимать все целые значения от -18 до $+17$.
9. Докажите, что число делится на 11 тогда и только тогда, когда его знакопеременная сумма цифр делится на 11. Какой остаток дает при делении на 11 число вида $10 \dots 0$, если у него
а) четное;
б) нечетное число нулей?
10. Попробуйте сформулировать признаки делимости на 99 и 101.

Для самостоятельного решения

11. Из двузначного числа вычли число, получающееся из него же перестановкой цифр. Докажите, что результат делится на 9.
12. Из трехзначного числа вычли сумму его цифр. С полученным числом проделали то же самое и так далее, 120 раз. Докажите, что в результате получился нуль.
13. Шестиклассник Петя перемножил все числа от 1 до 1998. У полученного числа он посчитал сумму цифр, затем посчитал сумму цифр результата, и так далее, пока не получил число, состоящее из одной цифры. Какое?

14. Натуральное число возвели в квадрат. Может ли результат оканчиваться на 66?
15. Докажите, что число, записываемое 27 единицами, делится на 27.
16. В десятизначном числе все цифры встречаются по разу. Можно ли оно делиться на 11?

www.ashap.info/Uroki/KirovLMSH/1999/index.html