

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ

Листочек выдавать только после занятия. Занятие построить в форме "вечер воспоминаний". Доказательства признаков вести в форме диалога и без использования алгебры.

Вопросы для вспоминания и самопроверки

1. Сформулируйте признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 10, 25, 50, 100.
2. Почему верны признаки "Число делится на 2 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 2" и "Число делится на 5 тогда и только тогда, когда его последняя цифра делится на 5" и не верны аналогичные признаки для других однозначных чисел?
3. Почему верен признак "Число делится на 4 тогда и только тогда, когда число, образованное двумя его последними цифрами делится на 4"? Сформулируйте аналогичные признаки делимости для чисел 25 и 50. Что общего у этих чисел с числом 4?

Отщипив хвост, получим число, оканчивающееся на 00. Оно делится на 100, значит и на 4.

4. Сформулируйте и докажите признаки делимости на 8 и 125.
5. Сформулируйте признаки делимости на 3 и на 9. Почему всякое число вида $10\dots 0$ при делении на 9 дает в остатке 1? Верны ли аналогичные признаки для других однозначных чисел?

Раскладываем десяток, сотню, тысячу и т.д. в ящики по 9 штук, остается лишняя штука. Так от каждой цифры остается лишними соответствующее число штук.

6. Какой остаток от деления на 9 дает число вида $A0\dots 0$? Докажите, что число и его сумма цифр дают при делении на 9 одинаковые остатки. Докажите, что то же верно при делении на 3.
7. Как проверить, делится ли число на а) 6 б) 12 в) 15 г) 18 д) 30 е) 45 ж) 75 з) 225?
Заранее готовим к теме "Разложение на простые множители".

8. Поставим перед каждой цифрой числа знаки плюс и минус по очереди начиная с плюса перед последней цифрой и идя справа налево. Назовем результат **знакопеременной суммой цифр** числа. Например, для числа 1999 это $-1+9-9+9=8$.

Докажите, что знакопеременная сумма цифр четырехзначного числа может принимать все целые значения от -18 до $+17$.

Знакопеременная сумма цифр – понятие новое, тут полезно чуть-чуть потренироваться.

9. Докажите, что число делится на 11 тогда и только тогда, когда его знакопеременная сумма цифр делится на 11. Какой остаток дает при делении на 11 число вида $10\dots 0$, если у него а) четное б) нечетное число нулей?

Раскладываем десяток, сотню, тысячу и т.д. в ящики по 11 штук. От единиц, сотен, десятков тысяч остается лишняя штука, от десятков, тысяч – дырка в ячейке.

Кладем лишние яйца в дырки, пока не останутся либо только яйца, либо только дырки. Это и будет знакопеременная сумма цифр.