

## ДЕЛИМОСТЬ

*Цель: показать делимость как легко проверяемое свойство, которое можно использовать для отсеечения невозможных вариантов. Важно подчеркнуть не только разрушительную роль делимости (невозможность), но и созидательную.*

1. Можно ли монетами в 14 и 35 шиллингов заплатить без сдачи сумму в 1999 шиллингов?

*Общий делитель 7.*

2. Можно ли прямоугольник со сторонами  $2,3 \times 3,5$  см разрезать на прямоугольнички  $0,08 \times 0,07$  см?

*Показать, что даже нецелое число может делиться нацело на другое.*

3. Дети, построенные парами, возвращаются с вечернего чая с пряниками в карманах. В каждой паре у одного пряников вдвое больше, чем у другого. Может ли они у всех вместе быть ровно 1000 пряников?

*Скрытая делимость на 3 как инвариант.*

4. В банк можно положить за один раз 120 руб. или снять 300 руб. На счету есть 1000 руб., а других денег нет. Какую наибольшую сумму можно снять за несколько раз?

*Оценка получается из делимости. Снять и положить можно только числа, делящиеся на 60 ( $120=60 \times 2$ ,  $300=60 \times 5$ ), максимальное число, меньшее 1000 и делящееся на 60 – это 960. Пример: снимаем 3 раза по 300, остается 100, кладем 2 раза по 120, получаем 340, снимаем 300 – остается 40, то есть взяли 960.*

5. Может ли наименьшее общее кратное двух чисел равняться их сумме?

*Из делимости  $a$  на  $b$  следует неравенство  $b \leq a$ . НОК( $x, y$ ) делится на  $x$  и на  $y$ . Тогда  $x+y$  делится на  $x$  и на  $y$ , значит,  $x$  делится на  $y$  и  $y$  делится на  $x$ , тогда  $x \leq y$  и  $y \leq x$ . Получаем  $x=y=НОК(x, y)=x+y$  – противоречие.*

6. Количество натуральных делителей некоторого числа нечетно. Докажите, что это число – полный квадрат.

*Все делители натурального числа разбиваются на пары, дающие в произведении само число. Только если число – полный квадрат, то имеем непарный делитель, и их общее число нечетно.*

*Разбиение на пары – подготовка к теме "соответствие". И важная лемма.*

[www.ashap.info/Uroki/KirovLMSH/1999/index.html](http://www.ashap.info/Uroki/KirovLMSH/1999/index.html)