

ПОСТЕПЕННОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ

Если забор не удастся перепрыгнуть,
попробуйте через него перелезть...

1. **а)** Придумайте 3 различных натуральных числа, чтобы каждое делило сумму остальных; **б)** то же, но все числа больше 100; **в)** как в (а), но 4 числа; **г)** как в (а), но 10 чисел.
2. Разрежьте квадрат на n меньших квадратов (не обязательно одинаковых)
а) $n=4$; **б)** $n=7$; **в)** $n=10$; **г)** $n=1999$.
3. В мешке 24 кг гвоздей. Как, имея только чашечные весы без гирь, отмерить 9 кг гвоздей?
4. Давным-давно в СССР имелись в обращении 3-копеечные и 5-копеечные монеты. Докажите, что можно было набрать любую сумму более 7 копеек только такими монетами.
5. Представьте число 1 в виде суммы **а)** трех **б)** четырех **в)** десяти различных дробей с числителем 1.
6. Маляр может за один ход перейти на соседнюю по стороне клетку шахматной доски, после этого он должен перекрасить ее в противоположный цвет. Маляр ставится на угловую клетку доски, где все клетки белые. Докажите, что он может покрасить доску в шахматном порядке.

Для самостоятельного решения

7. При каких натуральных n можно разрезать квадрат на n меньших квадратов (не обязательно одинаковых)?
8. Расставьте различные натуральные числа в таблицу 2×3 (2 строки, 3 столбца) так, чтобы произведения в столбцах были равны, и суммы в строках тоже были равны (но суммы могут отличаться от произведений).
9. **а)** Может ли свеча внутри пустой многоугольной комнаты не освещать полностью ни одну из стен? **б)** Существует ли многоугольник и точка вне него, из которой ни одной стороны не видно полностью?
10. У входа в пещеру с сокровищами стоит бочка с 4 дырками по кругу в крышке. В каждой дырке можно нащупать селедку хвостом вверх или вниз. Али-Баба может просунуть руки в любые две дырки, определить положение селедок под ними и, если хочет, перевернуть одну или обе по своему усмотрению. Когда хвосты всех четырех селедок окажутся направленными в одну сторону, дверь в пещеру откроется. Однако, после того, как Али-Баба вытаскивает руки, бочка некоторое время с дикой скоростью крутится, так что Али-Баба не может определить, куда именно он совал руки раньше. Как Али-Бабе открыть дверь не более чем за 10 засовываний?