

## ПОВТОРЯЕМОСТЬ И СИММЕТРИЯ

Напомнить, как симметрия помогла сократить перебор при поиске пентамино и расстановок ферзей.

1. Как составить квадрат из 100 тетрамино в виде буквы "Т" (см. рис. 1)?

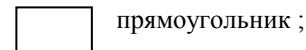
**Решение.** Из 4 тетрамино составляем квадратик  $4 \times 4$ , а из 25 таких квадратиков – большой квадрат.



рис. 1

Обратить внимание на повторяемость в квадратике и квадратиков.

2. Сколькими способами можно совместить сам с собой а)



б) квадрат;



в) равнобедренный прямоугольный треугольник ;

г) круг?

Число способов служит мерой симметричности.

3. Разрежьте квадрат на

- а) два равных шестиугольника;  
б) два равных пятиугольника;  
в) четыре равных восьмиугольника.

4. Как известно, в задаче про волка козу и капусту есть способ переправиться без потерь. Докажите, что таких способов по крайней мере два.

**Указание.** Поменять местами волка и капусту.

5. Есть две клетчатых шоколадки  $5 \times 7$ . Двое по очереди разламывают шоколадку или любой из ранее отломанных кусков на два меньших по границам клеток. Если образуются один или несколько одноклеточных кусков, отломивший их съедает. Докажите, что второй может съесть не меньше первого.
6. Турист хочет дойти от палатки до костра, набрав по дороге в речке ведро воды. Считая положения палатки и костра заданными, а берег реки прямым, придумайте, как ему идти, чтобы путь был самым коротким.

### Для самостоятельного решения

7. Можно ли разрезать квадрат на 1000 меньших квадратов (не обязательно одинаковых)?

**Решение** с повторяемостью. Разрезать квадрат на 100 одинаковых, а затем каждый разбить на 10 меньших.

8. Двое по очереди ставят шахматных слонов в клетки доски  $8 \times 8$  так, чтобы слоны не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто может выиграть независимо от игры противника, и как ему при этом нужно играть?

**Указание.** Симметрия переводит черную клетку в белую.

9. Билеты нумеруются от 000000 до 999999. Номер называется счастливым, если сумма первых трех цифр равна сумме последних трех цифр. Докажите, что сумма всех счастливых номеров делится а) на 1001; б) на 999.

**Решение.** а) Если первая и последняя тройка цифр одинаковы, билет уже делится на 1001. Если нет, то прибавим к нему билет, полученный перестановкой троек.

б) Если  $n$  – счастливый, то  $999999 - n$  – тоже, и их сумма делится на 999.

[www.ashap.info/Uroki/KirovLMSH/1999/index.html](http://www.ashap.info/Uroki/KirovLMSH/1999/index.html)