

МОЖНО ИЛИ НЕЛЬЗЯ (КОНСТРУКЦИИ И ПРОТИВОРЕЧИЯ)

Пояснить на примере, как отсеечение невозможных случаев сокращает перебор.

1. Может ли в месяце быть а) 3; б) 4; в) 5; г) 6 воскресений?

Указание: среди любых 7 дней подряд – ровно одно воскресенье

2. Может ли сумма цифр трёхзначного числа быть равна а) 22; б) 28?
3. Может ли произведение цифр трёхзначного числа быть равно а) 22; б) 28?
4. Можно ли, не оторвав карандаш от бумаги и не проведя никакой линии более одного раза, нарисовать открытый конверт (см. рис. 1)? А закрытый (см. рис. 2)?

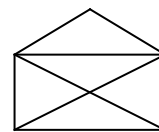


рис. 1

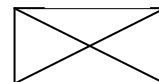


рис. 2

Можно рассказать о критерии уникальности фигур, но углубляться не надо.

5. Можно ли в прямоугольную таблицу поставить числа так, чтобы
а) в каждом столбце сумма была положительна, а в каждой строке – отрицательна;
б) в каждом столбце сумма была больше 10, а в каждой строке – меньше 10?
6. Можно ли на шахматной доске расставить
а) 9 ладей; б) 14 слонов
так, чтобы они не били друг друга?

Для быстро решивших поставить вопрос: какое наибольшее число ладей(слонов) можно расставить на доске так, чтобы они не били друг друга. Задачи на пример+оценку будут далее.

Для самостоятельного решения

7. У шахматной доски выпилены а) угловая клетка; б) две противоположные угловые клетки; в) две клетки разного цвета. Можно ли такую испорченную доску распилить на двуклеточные прямоугольники?

Решение в) Можно всегда. Обойдем шахматную доску ладьей по циклу. Выброшенные клетки разного цвета разобьют цикл на два куса четной длины, и каждый кусок режется на пары соседних клеток.

8. Из 10 одинаковых с виду монет – одна фальшивая (легче настоящей). Можно ли наверняка найти ее за два взвешивания на чашечных весах без гирь?

Решение. Нельзя. Каждое взвешивание делит монеты на три части (левая чашка, правая чашка и остальные), при невезении после первого взвешивания останутся 4 подозрительные монеты, после второго – две.

9. На сковородке могут одновременно жариться 2 котлеты. Каждую надо обжарить с обеих сторон, причём для обжаривания одной стороны требуются 2 минуты. Можно ли поджарить 3 котлеты меньше чем за 7 минут?

10. В магазин привезли платья трех цветов и трех фасонов. Всегда ли можно выбрать для витрины 3 платья, чтобы были представлены все цвета и все фасоны?

Решение. Не всегда. Например, если есть три красных платья трех фасонов, и еще синее и зеленое платье первого фасона, то выбрать требуемым образом нельзя.