

7. Инвариант

За развитием событий легче следить, если знаешь, что именно не меняется

7.1. Можно ли доску 8×8 разрезать по границам клеток на части и сложить из этих частей клетчатый прямоугольник 5×13 ?

7.2. а) На листке написаны целые числа от 1 до 10. Можно стереть любые два числа a и b и записать число $a+b$. В конце осталось одно число. Какое?

б) Тот же вопрос, если вместо a и b можно записать ab .

7.3. На столе стоит 17 стаканов дном вверх. Петя берет два стакана наугад и переворачивает их. Может ли он добиться, чтобы все стаканы стали дном вниз?

Определение. Инвариант – это что-то (число, свойство), что не изменяется при разрешенных действиях (например, при разрезании не меняется сумма площадей частей фигуры). Типичные инварианты: четность, остаток по какому-то модулю, произведение или сумма всех чисел или остатков и т.п. Инварианты дружат с подсчетом двумя способами. Если разрешенные преобразования инвариант сохраняют, то нельзя получить ситуацию с другим значением инварианта (например, нельзя доехать на поезде от Стокгольма до Нью-Йорка, поскольку поезд не меняет континент).

7.4. Можно ли монетами в 14 и 35 шиллингов заплатить без сдачи сумму в 2005 шиллингов?

7.5. Можно ли разменять 25 тугриков десятью купюрами достоинством в 1, 3 и 5 тугриков?

7.6. Разменный автомат меняет одну монету на пять других. Можно ли с его помощью разменять одну монету на 100 монет?

7.7. На доске можно выделить любой прямоугольник, где есть клетки двух цветов, и перекрасить все клетки в нём в противоположный цвет. Можно ли такими операциями доску, покрашенную в шахматном порядке, сделать полностью белой?

7.8. Дети гуляют парами с пряниками в карманах. В каждой паре у одного пряников вдвое больше, чем у другого. Может ли они у всех вместе быть ровно 1000 пряников?

Инвариант можно применять для подсчетов и оценок.

7.9. Выпуклый n -угольник разрезан непересекающимися диагоналями на а) треугольники; б) четырёхугольники. Сколько частей получилось?

7.10. По кругу расположены 30 монет, чередуясь: три подряд орлом, три решкой, три орлом, три решкой и т.д. Если у монеты два соседа лежат по-разному, ее можно перевернуть. Какое наибольшее число монет можно положить орлом с помощью таких операций?

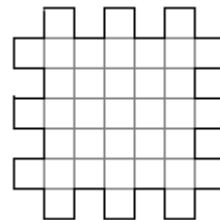
7.11. В Зазеркалье имеют хождение монеты достоинством 7, 13 и 25 гиней. Алиса заплатила за пирожок несколько монет, и получила на сдачу на две монеты больше. Какова минимально возможная стоимость покупки?

7.13. а) Какое наибольшее число двуклеточных домино можно вырезать из фигуры на рисунке?

б) На какое наименьшее число прямоугольников можно разрезать (по границам клеток) клетчатую фигуру на рисунке?

7.14. Есть три кучки камней: 51 камень – в первой, 49 – во второй, 5 – в третьей. Разрешается объединять любые кучки в одну, а также разделять кучку, состоящую из четного количества камней, на две равные. Можно ли получить 105 кучек по одному камню в каждой?

7.15. На острове Серобуромалин обитают 13 серых, 15 бурых и 17 малиновых хамелеонов. При встрече два хамелеона разного цвета одновременно меняют свой цвет на третий. Может ли случиться, что через некоторое время все хамелеоны станут одного цвета?



На дом

7.12. Шахматная доска вначале доска раскрашена как обычно. За один ход разрешено

перекрасить в противоположный цвет все клетки одной строки или столбца. После нескольких таких операций на доске есть белая клетка. Какое наименьшее число клеток могли остаться белыми?

Маткружок ashap.info/Uroki/Chelny2/ 2 ноября 2013 г . Ведет Александр Шаповалов