

Уравнение за кадром

В нестандартных задачах часто важнее правильно составить уравнение, чем его решить. Методы решения известны и стандартны, а правильно составить (и применить решение) можно только по настоящему разобравшись в задаче.

Основной приём: принять что-то (например, то, что нужно узнать) за неизвестное, выразить через него что-то двумя способами и приравнять эти два выражения. При составлении выражений применяются все те же приёмы, что и при подсчетах.

1. В школьной олимпиаде по математике участвовало 60 человек, по физике – 50, по информатике – 40. Составили три списка: тех, кто участвовал ровно в одной из олимпиад, ровно в двух, ровно в трех. Во всех списках одно и то же число людей. Сколько человек в каждом списке?
2. У мальчика сестёр вдвое больше, чем братьев, а у его сестры сестёр на 40% больше, чем братьев. Сколько сыновей и дочерей у их мамы с папой?
3. а) В ряд были выписаны натуральные числа 1, 2, 3, ..., 102. Их выписали в другом порядке: сначала все кратные 2 по возрастанию (то есть 2, 4, 6...), затем все из оставшихся кратные 3 по возрастанию, затем — оставшиеся кратные 5, потом – кратные 7 и т.д. На последнее место записали число 1. Докажите, что какое-то из чисел осталось на своем месте.
б) Так же выписаны числа 1, 2, 3, ..., 2014. Докажите, что какое-то из чисел осталось на своем месте.
4. Даны три числа. Если их все увеличить на 1, то их произведение тоже увеличится на 1. Если все исходные числа увеличить на 2, то их произведение тоже увеличится на 2. А на сколько увеличится произведение, если все исходные числа увеличить на 3?
5. Коля и Вася за осень получили по 60 оценок, причем Коля получил пятерок столько же, сколько Вася четверок, четверок столько же, сколько Вася троек, троек столько же, сколько Вася двоек, и двоек столько же, сколько Вася пятерок. При этом средний балл у них одинаковый. Сколько двоек за осень получил Коля?
6. а) От квадрата со стороной 1 отрезали 4 равных прямоугольника с периметром 2. Остался меньший квадрат. Какой размер может быть у него?
б) Можно ли разрезать квадрат на 13 прямоугольников (возможно, не одинаковых) с одинаковым периметром вдвое меньшим чем у квадрата?

На дом

УК1. В ряд были выписаны натуральные числа 1, 2, 3, ..., 2004. Их выписали в другом порядке: сначала все кратные 2 по возрастанию (то есть 2, 4, 6...), затем все из оставшихся кратные 3 по возрастанию, затем — оставшиеся кратные 5, потом – кратные 7 и т.д. На последнее место записали число 1. Докажите, что есть как минимум два числа, которые не сдвинулись со своего места.

УК2. Управдом Остап Бендер собирал с жильцов деньги на установку новых квартирных номеров. Адам Козлевич из 105-й квартиры поинтересовался, почему у них во втором подъезде надо собрать денег на 40% больше, чем в первом, хотя квартир там и тут поровну. Не растерявшись, Остап объяснил, что двузначные номера стоят вдвое, а трёхзначные — втрое больше, чем однозначные. Сколько квартир в подъезде?

УК3. Род Муромцевых (ныне, увы, прекратившийся) основали трое сыновей Ильи Муромца. Все мужчины в этом роду имели по трое детей, за исключением семерых, не оставивших потомства. Всего в роду были 1994 женщины. Сколько всего человек было в роду Муромцевых? (Роду принадлежали основатели, а также те и только те дети, чей отец принадлежал роду).