

## Разрезания: счет узких мест

(МЛР=Можно ли разрезать?)

### Углы

1. МЛР квадрат на правильные треугольники?
2. а)  $n$ -угольник разбили непересекающимися диагоналями на треугольники. Сколько получилось треугольников?  
б) То же, но диагонали пересеклись в 5 точках.
3. Каким наименьшим числом треугольников можно без наложений и перекрытий оклеить куб?
4. МЛР какой-нибудь прямоугольник на равнобедренные треугольники с углом  $75^\circ$  при основании?

### Число вершин и стороны

5. МЛР квадрат на треугольники, чтобы каждый граничил ровно с тремя другими?
6. Выпуклый  $n$ -угольник разрезан диагоналями на части. Докажите, что в каждой части не более  $n$  сторон.
7. МЛР квадрат на тысячеугольник и 199 5-угольников?
8. МЛР квадрат на треугольники, чтобы каждый граничил не менее чем с 4 другими?

### Длины и площади

9. На какое наименьшее число равновеликих треугольников можно разрезать шахматную доску без одной угловой клетки?
10. Квадрат разрезан на прямоугольные треугольники с катетами 3 и 4 каждый. Докажите, что число треугольников – четно.
11. МЛР квадрат на равные прямоугольные треугольники с углом  $30^\circ$ ?

### Разность черной и белой площадей

12. На бесконечную шахматную доску с единичными клетками наложили прямоугольник со сторонами, параллельными линиям сетки.  
а) Одна из его сторон четна. Докажите, что прямоугольник покрывает поровну черной и белой площади.  
б) Прямоугольник покрывает поровну белой и черной площади. Одна из вершин совпадает с узлом сетки. Докажите, что одна из его сторон имеет четную длину.
13. Прямоугольник разрезан на конечное число прямоугольничков, у каждого из которых есть целая сторона. Докажите, что у исходного прямоугольника тоже есть целая сторона.

### На дом

- Рз1.** МЛР квадрат на прямоугольники так, чтобы каждый граничил ровно  
а) с 4 другими?  
б) с 5 другими?
- Рз2.** Квадрат разрезан на прямоугольные треугольники с катетами 1 и 2 каждый. Докажите, что число треугольников – четно.
- Рз3.** Докажите, что если клетчатый квадрат со стороной  $n$  можно разрезать на клетчатые прямоугольники  $k \times m$  ( $k, m, n$  – целые), то  $n$  делится на НОК( $k, m$ ).
- Рз4.** Многоугольник можно разрезать на 100 прямоугольников, но нельзя на 99. Докажите, что его нельзя разрезать на 100 треугольников.

**Рз5.** Внутри прямоугольного листа бумаги вырезали  $n$  прямоугольных дыр со сторонами, параллельными краям листа. На какое наименьшее число прямоугольных частей можно гарантированно разрезать этот дырявый лист?

Интернет-кружок 9 класса, Набережные Челны. Рук. А.Шаповалов, апрель 2011 г. <http://www.ashap.info/Uroki/Chelny1/index.html>