

Неравенства и оценки в геометрии

Оценки периметра и площади

0. Вокруг единичного круга радиуса r описан многоугольник периметра P . Найдите площадь многоугольника.

1. Из треугольника площади 1 вырезали круг радиуса 0,2. Докажите, что периметр треугольника ≤ 10 .

2. Треугольником P можно накрыть треугольник Q . Докажите, что вписанным кругом треугольника P можно накрыть вписанный круг треугольника Q .

3. Несколько черных квадратов со стороной 1 дм прибиты к белой плоскости одним гвоздем, не задевающим границ квадратов. Образовалась многоугольная черная фигура.

а) Оцените сверху площадь фигуры.

б) Толщина гвоздя 1 мм. Оцените сверху периметр фигуры.

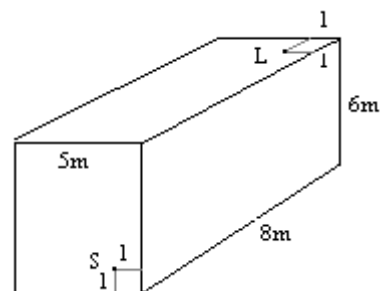
в*) Толщина гвоздя 0. Оцените сверху периметр фигуры.

Расстояния на поверхности

4. а) Все стороны правильного плоского многоугольника лежат на поверхности куба. Каково наибольшее число сторон такого многоугольника?

б) Все вершины правильного плоского многоугольника лежат на поверхности куба, при этом центр многоугольника не лежит на поверхности куба. Каково наибольшее число сторон такого многоугольника?

5. В прямоугольном зале нужно соединить проводом выключатель S с лампочкой L . Точки расположения S и L показаны на рисунке, они находятся на расстоянии 1 м от ближайших стен и пола. Провод может идти только по стенам и потолку, он не может висеть в воздухе. Какова наименьшая длина провода.



6. Куском ткани в виде многоугольника обернули без наложений и щелей кубическую посылку со стороной 1 дм. Там, где края ткани соприкоснулись, сделали шов. Оказалось, что все узлы (точки, откуда шов идет более чем в двух направлениях) пришлись на вершины куба. Найдите наименьший возможный периметр многоугольника.

7. Дана коробка (прямоугольный параллелепипед), по поверхности (но не внутри) которой ползает муравей. Изначально муравей сидит в углу. Верно ли, что среди всех точек поверхности на наибольшем расстоянии от муравья находится противоположный угол? (Расстоянием между двумя точками считаем длину соединяющего их кратчайшего пути по поверхности параллелепипеда).

Ещё задачи

8. Может ли периметр многоугольника в задаче 6 быть ещё меньше, если разрешить узлы шва не в вершинах?

9. Несколько черных квадратов со стороной 1 лежат на белой плоскости, образуя многоугольную черную фигуру (возможно, состоящую из нескольких кусков и имеющую дырки). Может ли отношение периметра этой фигуры к ее площади быть больше 10000 ?