Свяжитесь с графом

1. Какое наибольшее число рёбер можно перекусить в проволочном каркасе куба так, чтобы каркас не развалился на части?

2. Из спичек сложена шахматная доска 8×8, сторона каждой клетки – одна спичка (см. рис. 4).

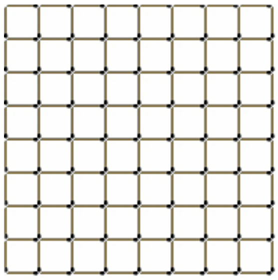

Рис. 4

а) Жук хочет, чтобы с любой клетки можно было дойти до любой другой, не переползая через спички и не выползая за пределы доски. Какое наименьшее число спичек придётся для этого убрать, если граничные спички убирать нельзя?

б) В каждой из 64 клеток доски сидит по жуку. Все спички внешнего контура намазаны мёдом. Какое наименьшее число спичек надо убрать, чтобы каждый жук мог доползти до спички с мёдом?

3. На клетчатом листке бумаге нарисован многоугольник с границами по линиям сетки. Его площадь равна n клеткам. Какой наибольший периметр может быть у многоугольника? (Сторона клетки равна 1).

4. На клетчатой бумаге нарисован многоугольник площадью в n единичных клеток. Его контур идёт по линиям сетки. Каков наибольший периметр многоугольника?

Теорема 5 о связности графа

1. Пусть дан связный граф с n вершинами. Тогда в нем не менее n–1 ребер.
2. Пусть граф с n вершинами распадается на c компонент связности. Тогда в нем не менее n–c ребер.

6. а) Можно ли рёбра куба раскрасить в два цвета так, чтобы между любыми двумя вершинами был путь как по рёбрам одного цвета, так и по ребрам другого цвета?

б) Дан клетчатый квадрат 10×10. Можно ли в каждой клетке провести диагональ и раскрасить стороны и диагонали клеток в 3 цвета, так чтобы из каждой вершины клетки в любую другую вершину вели пути всех трёх цветов?

7. Тетрадный лист раскрасили в 23 цвета по клеткам (при этом все цвета присутствуют). Пара цветов называется *хорошей*, если найдутся две соседние клетки, закрашенные этими цветами. Каково минимальное число хороших пар?

Ещё задачи

8. Клетчатый квадрат 8×8 разрезали по границам клеток на
а) два; **б)** три
многоугольника одинакового периметра. Найдите наибольшее возможное значение этого периметра.

9. Дан клетчатый прямоугольник 6×11. Каждую его клетку разрезали по одной из диагоналей. На какое наименьшее число частей мог распасться прямоугольник?

10*. Хозяйка испекла для гостей пирог. За столом может оказаться либо p человек, либо q (p и q взаимно просты). На какое минимальное количество кусков (не обязательно равных) нужно заранее разрезать пирог, чтобы в любом случае его можно было раздать поровну?