

5. Сочетания

- Отметьте на плоскости 6 точек так, чтобы треугольников с вершинами в отмеченных точках было ровно 17.
- Что можно выбрать из десяти человек большим числом способов: двоих дежурных или команду из 8 человек?
 - Что можно выбрать из десяти человек большим числом способов: двоих дежурных или троих дежурных?
 - Какую команду можно выбрать из десяти человек большим числом способов: из семи человек или из восьми человек?
- Придумайте задачу с ответом nC_{n-1}^{k-1} .
 - Докажите, что $nC_{n-1}^{k-1} = kC_n^k$.
- В 7А классе 25 учеников.
 - Ребята решили поставить спектакль. Все роли разные. Каждый ученик может либо играть одну любую роль, либо не участвовать в постановке. При каком количестве ролей количество способов распределить их окажется наибольшим?
 - Для участия в викторине каждый класс выставляет команду знатоков определённой численности. При каком размере команды число способов сформировать команду из 7А окажется наибольшим?
- Черномору служат 33 богатыря разного роста, все они женаты. Черномор раздобыл билеты в первый ряд, места с 1 по 6, на оперу "Сказка о царе Салтане". Он хочет раздать их трём богатырям и их жёнам так, чтобы каждая жена сидела рядом с мужем, а у богатыря с меньшим ростом был меньше и номер места. Сколькими способами он может распределить билеты?
- Сколькими способами из 25 учеников можно выбрать команду из 6 человек при условии, что Ваня и Илья не вошли в команду одновременно?
- Докажите формулы для числа сочетаний комбинаторным способом (то есть придумав подходящую задачу и решив её двумя способами):
 - $C_m^k C_{m-k}^n = C_m^n C_{m-n}^k$
 - $C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}$.
- Упростите выражение $C_m^0 C_n^k + C_m^1 C_n^{k-1} + C_m^2 C_n^{k-2} + \dots + C_m^k C_n^0$.

Указание. Придумайте задачу, ответом к которой является написанное выражение, а затем решите её более простым способом.
- У цветочницы есть **а)** 19; **б*)** 20 разных цветов. Докажите, что букетов из нечётного количества цветов она сможет составить столько же, сколько из чётного (с учётом пустого "букета" из 0 цветов).
- На плоскости отмечены 6 точек. Сколько может оказаться треугольников с вершинами в этих точках?