

### **5. Серийни примери стъпка по стъпка**

1. Докажете, че всеки триъгълник може да бъде разрязан на 77 правоъгълни триъгълника.
2. Напишете редица от 10 различни естествени числа  $a, b, c, d, \dots, h, i, j$  такива, че редицата  $a+b, b+c, c+d, \dots, h+i, i+j$  да е редица на последователни точни квадрати.
3. Намерете множество от 10 различни естествени числа, сумата на които се дели на всяко от числата.
4. Конструирайте квадрат  $8 \times 8$  от плочки домино  $2 \times 1$  така, че да няма точка, в която се допират ъгълчета на четири домина.
5. а) Представете  $0,8$  като сума на шест различни дроби с числителни, равни на 1 и знаменатели – естествени числа.  
б) Обяснете как може да се получи  $0,8$  като сума на 100 дроби от този вид.
6. Докажете, как може да се намерят 12 естествени числа, такива, че за всяка двойка числа от тях остатъкът от делението по-голямото на по-малкото число да е равен на 2.
7. а) Поставете в редица 10 фигури с различна площ, съставени от единични квадрати, така че от всеки две съседни фигури да може да се сглоби квадрат.  
б) Същото условие, като всяка фигура трябва да не съдържа квадрат  $2 \times 2$ .
8. На всяка клетка от дъска  $1 \times 100$  има монета. Всяка монета смятаме за колона от по една монета. За един ход е разрешено всяка колона да бъде преместена наляво или надясно с толкова клетки, колкото монети има в тази колона; попадайки на заета клетка, колоната се събира с колоната в тази клетка. Докажете, че е възможно за 99 хода да съберете всички монети в колона  
а) в най-лявата клетка;  
б) във всяка предварително определена клетка.
- 9.\* Докажете, че всеки триъгълник може да бъде разрязан на 77 равнобедрени триъгълника.