

IV. Как се броят овце или деление в комбинаториката

- Кажете ми, овчарю, как успяваш толкова бързо да преброиш овцете в стадото?
- Много просто. Преброявам броя на краката и делим на четири.

1. Колко различни думи (включително безсмислени) могат да бъдат направени от всички букви на думата (чрез пренареждане на буквите в думата):
а) СИН ; б) БАЩА ; в) ТОЛКОВО ; г) АНАНАС?
2. Колко различни колиета със закопчалки могат да бъдат направени с шест различни мъниста?
3. По колко начина могат да се поставят шест деца на въртележка с шест места, ако:
а) всички седалки са в различни цветове;
б) местата са еднакви, има значение само кой зад кого седи?
4. На колко числа от 0 до 999999 сборът на цифрите се дели на 5?
5. Колко различни анаграми могат да бъдат направени от думата ПАМПАРАМПАМПАМ?
6. Туристи взели ориз за три закуски, просо за пет закуски и жито за шест закуски. По колко начина можете да направите сутрешно меню за двуседмично пътуване? (Всяка сутрин се вари каша от една зърнена култура)
7. Колко колиета без закопчалки могат да се направят от шест различни мъниста?
8. а) В клас има 10 момчета и 10 момичета. По колко начина могат да образуват 10 танцови двойки, при които момче танцува с момиче?
б) Има 20 души в класа. Всеки ден дежурят по двама. По колко начина може направите график за дежурства за 10 дни, така че никой да не дежури два пъти?
в) По колко начина могат да бъдат разделени 20 души по двойки?
9. Разгледайте задачата: „Колко различни колиета без закопчалка могат да бъдат направени от три еднакви сини и три еднакви червени мъниста?“, Незнайко предложил план за решение: Нека вземем отговора от задачата за огърлица от шест различни мъниста (задача 3.б). Тъй като всички сини мъниста са равни, резултатът трябва да бъде намален $3!=6$ пъти като в задачата за анаграмите. И тъй като трите червени мъниста са равни то трябва още веднъж да разделим на 6.
а) Уверете се, че Незнайко получава грешен отговор;
б*) Открийте грешка в разсъжденията на Незнайко;
в) Намерете верния отговор.
10. Има еднакви домина 1×2 : 50 бели и 50 черни. Те образуват квадрат 8×8 , така че всяко домино граничи (по страна) с поне едно домино с различен цвят. Докажете, че броят на начините да направите квадрат е кратен на 4.