

Кодировка

Повторение: основные комбинаторные комбинации

1. В алфавите m гласных и n согласных букв. Сколько можно составить двухбуквенных слов, где первая буква согласная, вторая – гласная?
2. В алфавите N букв. Сколько есть разных k -буквенных слов?
3. В алфавите N букв. Сколько есть разных k -буквенных слов, где все буквы различны?
4. В слове k букв, все они различны. Сколько есть разных таких слов той же длины из тех же букв?
5. Сколькими способами можно выбрать набор из k букв алфавита из N букв (порядок букв в наборе не важен)?

Кодировка

Кодировка устанавливается взаимно-однозначное соответствие между объектами (состояниями) из задачи и комбинаторными комбинациями. Например, соответствие последовательностям из 0 и 1 называют *двоичной кодировкой*.

6. Сколькими способами можно расставить на доске 5×5 две белые пешки на полях разного цвета?
7. Сколько всего подмножеств во множестве из 10 элементов?
8. Сколькими способами можно расставить на шахматной доске коня, слона и ферзя?
9. Сколькими способами можно расставить на шахматной доске восемь ладей так, чтобы они не били друг друга?
10. Хромая ладья ходит на 1 клетку вправо или на 1 клетку вверх. Занумеруем столбцы слева направо, а строки снизу вверх числами 0, 1, 2, 3. Найдите количество путей, ведущих из левой нижней клетки в клетку на пересечении m -го столбца и n -ной строки?

Шары и перегородки

11. а) Сколько решений в натуральных числах у уравнения $x+y+z=10$?
б) Сколько девятизначных чисел состоят из семи семерок и двух единиц?
в) Сколько решений в неотрицательных целых числах у уравнения $x+y+z=7$?
12. Для проведения олимпиады преподаватели разбивают 70 школьников следующим образом: список в алфавитном порядке разбивается на 4 части, первая идет в первую аудиторию, вторая – во вторую и т. д. При этом в каждую аудиторию отправляется хотя бы один школьник. Сколькими способами можно произвести распределение?

Задачи

- К1. Рассмотрим всевозможные наборы из двух или более последовательных двузначных чисел, например {17, 18} или {35, 36, 37, 38} или {14, 15, 16, ..., 40, 41}. Сколько всего таких наборов?
- К2. У скольких уравнений вида $x^2+ax+b=0$ оба корня целые, разных знаков и по модулю меньше 2014?
- К3. Какое наибольшее число точек пересечения может быть у диагоналей вписанного n -угольника?
- К4. Сколькими способами можно расставить числа 1, 2, ..., 20 в строку так, чтобы каждое число, кроме единицы, было больше по крайней мере одного из своих соседей?
- К5. Сколько решений в нечетных натуральных числах у уравнения $x+y+z=77$?
- К6. У скольких уравнений вида $x^2+ax+b=0$ все корни – двузначные числа?
- К7. За круглым столом были приготовлены 12 мест для жюри с указанием имени на каждом месте. Николай Николаевич, пришедший первым, по рассеянности сел не на свое, а на следующее по часовой стрелке место. Каждый член жюри, подошедший к столу после этого, занимал свое место или, если оно уже было занято, шел вокруг стола по часовой стрелке и садился на первое свободное место. Возникшее расположение членов жюри зависит от того, в каком порядке они подходили к столу. Сколько может возникнуть различных способов рассадки жюри?
- К8. Сколькими способами можно расставить числа от 1 до 100 в прямоугольнике 2×50 так, чтобы каждые два числа, различающиеся на 1, попали бы в клетки с общей стороной?