

Инвариант и пресмятания

Определение: Инвариант – това е нещо (число, свойство), което не се изменя при прилагане на разрешените действия (напр. при разрязване не се изменя сумата от лицата на частите на фигурата). Типични инварианти са: четността, остатъкът по някакъв модул, произведението или сумата на всички числа или остатъци и т.н.

Ако при разрешените операции инвариантът се запазва, то не може да се получи друга стойност на инварианта.

Четност, делимост и остатъци

1. Може ли с монети от 14 и 35 крони да заплатим сума от 245 крони? А сума от 2005 крони?
2. Може ли сумата от 55 динара да обменим с десет монети от 1, 3, 5 и 7 динара? А с 13 монети?
3. Банкомат обменя една монета за 5 други. Може ли чрез него да обменим една монета за 77 други? А за 100 монети? А за 111 монети?
4. Деца се разхождат по двойки и носят орехи в джобовете си. Във всяка двойка едното дете има 2 пъти повече орехи от другото. Може ли общият брой орехи да е 1000?
5. Има три купчини с камъни: в първата има 51 камъка, във втората има 49 камъка, а в третата - 5 . Разрешено е да събираме кои да са две купчини заедно или да разделяме купчина с четен брой камъни на две равни. Може ли да получим 105 купчини с по един камък всяка?
6. На остров живеят 13 сиви, 15 кафяви и 17 малинови хамелеона. Ако се срещнат два раноцветни хамелеона, те едновременно си променят цвета – стават от третия цвят. Може ли след известно време всички хамелеони да станат от едноцветни?

Инвариантът може да се използва за пресмятане и оценка.

7. Близо до всеки от четирите ъгъла на правоъгълен басейн на 10×25 m стои спортист. Треньор идва до края на басейна и прави знак на всички спортисти да итидат при него по най-кратки пътища по края на басейна. Известно е, че трима от тях общо са изминали 50 метра. Колко метра е изминал четвъртият?
8. В буркан има 500 долара. Разрешени са две операции: да се вземат от буркана 300 долара или да поставим в него 18 долара. Тези операции могат да се извършат много пъти, като знаем, че освен парите, които първоначално са поставени, други няма. Каква максимална сума пари можем да извадим от буркана?
9. Има три купчини с камъни: в първата има 51 камъка, във втората има 49 камъка, а в третата има 5 камъка. Разрешено е да събираме кои да са две купчини заедно или да разделяме купчина с четен брой камъни на две равни. Намерете купчина с какъв най-малък брой камъни можем да получим?