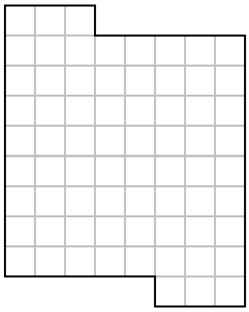
Узкие места

Кто нам мешает, тот нам поможет.

В задачах, где строят и исследуют конструкции, зацепкой к решению часто служит та часть конструкции, где *свобода выбора – наименьшая*. Такие места служат препятствиями к построению конструкции, или кажутся таковыми. Именно их мы и назовем *узкими местами*.

1. Сколькими способами можно фигуру на рисунке разрезать по границам клеточек на
а) прямоугольники 1×5;
б) прямоугольники 1×7?



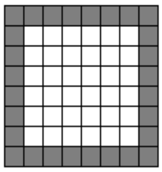
2. а) Два пятизначных числа зашифровали словами УЗКИЕ и МЕСТА (как обычно, одинаковые цифры заменили на одинаковые, разные – на разные). Пара цифр (не обязательно соседних) образует *беспорядок*, если левая цифра больше правой. Могло ли в исходных числах не быть беспорядков?
б) То же, если получились слова УЗКОЕ и МЕСТО?

3. У Крис есть два кубика, на каждую грань которых он хочет написать одну из цифр от 0 до 9. Может ли Крис так нарисовать цифры на гранях, чтобы получился «календарь»:
а) выбирая один кубик или выбирая два кубика и приставляя их друг к другу, на верхних гранях можно было бы получить любое число от 1 до 31?
б) выбирая два кубика и приставляя их друг к другу, на верхних гранях можно было бы получить любую комбинацию от 01 до 31?
(Перевернутую цифру 6 нельзя использовать как 9, а цифру 9 – как 6)

4. Решите ребус I+АЗ+АЗ+АЗ+АЗ+АЗ+АЗ+АЗ+АЗ=WE (как обычно, разные буквы означают разные цифры, одинаковые – одинаковые).

5. а) Можно ли представить 333 как сумму натуральных слагаемых так, чтобы каждая из цифр от 0 до 9 была использована точно по разу?
б) Можно ли представить 400 как сумму натуральных слагаемых так, чтобы каждая из цифр от 0 до 9 была использована точно по разу?
в) Число 400 представлено как сумма натуральных чисел, где одна цифра в записи не использована, а остальные использованы ровно по разу. Какая цифра не использована?

6. Можно ли разрезать квадрат
а) на 30-угольник и пять пятиугольников;
б) на 33-угольник и три десятиугольника?



7. В клетчатом квадрате 8x8 крайние клетки – тёмные (см.рис). На какое наибольшее число прямоугольников его можно разрезать так, чтобы в каждом темных клеток было меньше,чем светлых (в частности, можно, чтобы все клетки были светлыми)?

8. а) Можно ли представить 2012 как сумму пяти натуральных слагаемых так, чтобы все использованные цифры были различны?
б) А как сумму шести слагаемых?

9. Составьте клетчатый квадрат 7x7 из наибольшего возможного числа прямоугольных частей трёх цветов так, чтобы части одинакового цвета не соприкасались, даже углами.

10. Натуральное число не оканчивается нулем. Обязательно ли найдется кратное ему натуральное число, в записи которого каждая следующая цифра не меньше предыдущей?

11. Может ли прямая разбить какой-нибудь шестиугольник на 4 равных треугольника?

Бургас, 7 класс, 27 июня 2018 г, г http://www.ashap.info/Uroki/Burgas/2018/7.html