

## **Инвариант**

**Определение:** **Инвариант** – това е нещо ( число, свойство), което не се изменя при прилагане на разрешените действия ( напр. при разрязване не се изменя сумата от лицата на частите на фигурата). Типични инварианти са: четността, остатъкът по някакъв модул, произведението или сумата на всички числа или остатъци и т.н.

Ако при разрешените операции инвариантът се запазва, то не може да се получи друга стойност на инварианта.

### **Четност, делимост и остатъци**

1. Може ли с монети от 14 и 35 крони да заплатим сума от 245 крони? А сума от 2005 крони?
2. Може ли сумата от 55 динара да обменим с десет монети от 1, 3, 5 и 7 динара? А с 13 монети?
3. Банкомат обменя една монета за 5 други. **а)** Може ли чрез него да обменим една монета за 77 други?  
**б)** А за 100 монети? **в)** А за 111 монети?
4. Деца се разхождат по двойки и носят орехи в джобовете си. Във всяка двойка едното дете има 2 пъти повече орехи от другото. Може ли общият брой орехи да е 1000?
5. **а)** Има три купчини с камъни: в първата има 51 камъка, във втората има 24 камъка, а в третата - 15 . Разрешено е да събираме кои да са две купчини заедно или да разделяме купчина с четен брой камъни на две равни. Може ли да получим 90 купчини с по един камък всяка?  
**б)** Има три купчини с камъни: в първата има 51 камъка, във втората има 49 камъка, а в третата - 5 . Разрешено е да събираме кои да са две купчини заедно или да разделяме купчина с четен брой камъни на две равни. Може ли да получим 105 купчини с по един камък всяка?

### **Оцветявания**

При оцветяване държим сметка за броя, разликата или четността на клетките от един и същи цвят. Ако не е дадено как да оцветим, сами измисляме как да стане това.

6. На дъска е разрешено да изберем кой да е правоъгълник, в който има клетки от два цвята и да сменим цвета на всички клетки в противоположния цвят.  
**а)** Може ли, използвайки тази операция, шахматна дъска  $8 \times 8$  да направим изцяло бяла?  
**б)** Може ли, използвайки тази операция, на шахматна дъска  $8 \times 8$  да направим поне 55 клетки бяли?
7. **а)** На дъска  $8 \times 8$  можем да изберем кой да е правоъгълник, състоящ се от 4 или 6 клетки и да сменим цвета им. Може ли, използвайки това правило, да оцветим една дъска в бяло, ако преди това тя е била шахматно оцветена?  
**б)** Въпросът е същия, само че дъската е  $7 \times 7$  и отначало е шахматно оцветена и всички ълови клетки са черни.
8. На остров живеят 13 сиви, 15 кафяви и 17 малинови хамелеона. Ако се срещнат два раноцветни хамелеона, те едновременно си променят цвета – стават от третия цвят. Може ли след известно време всички хамелеони да станат от едноцветни?