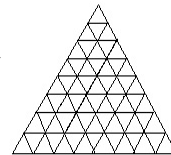
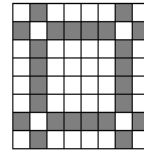


## ОЦВЕТЯВАНЕ В ДВА ЦВЯТА, РЕДУВАНЕ

МЛР = Може ли да се разреже по границите на клетките

1. а) МЛР на плочки домино квадрат  $9 \times 9$  без ъглова клетка?  
 б) МЛР на плочки домино квадрат  $8 \times 8$  без ъглова клетка?
2. Клетките на дъска  $8 \times 8$  са оцветени в два цвята (вж. рис.). Дъската разрязали на плочки домино. Какъв е най-големият възможен брой на двуцветни плочки домино?
3. МЛР на плочки домино квадрат  $8 \times 8$  без две ълови клетки: лява долна и дясна горна?
4. а) След като направил няколко хода, шахматен кон се върнал на полето, от което стартирал. Докажете, че броят на ходовете е четен.  
 б) След като направил 13 хода, шахматен цар се върнал на полето, от което стартирал. Докажете, че царят е направил поне един ход по диагонал.  
 в) Дължината на ръб на куб е равна на цяло число в сантиметри. Мравка бяга по ръбовете ба куба, без да завива никъде наобратно назад. Тръгнала от връх А, след известно време тя се върнала отново там. Докажете, че изминатият път е равен на четно число в см.
5. **Лема.** Нека по път се редуват черни и бели клетко (или върхове), без да се повтарят.  
 а) Ако пътят е затворен, то клетките от всеки цвят са поровно, а броят ходове е четен.  
 б) Ако пътят не е затворен, то броят на белите и черните клетки е равен или се отличава с едно.
6. Замък във формата триъгълник със страна 40 метра е разбит на 64 триъгълни зали със страни 5 м. Във всяка стена между залите има врата (вж. рис). Колко най-много зали може да обиколи турист, без да мине през някоя зала 2 пъти?
7. а) Оцветете клетките на клетъчна дъска  $6 \times 6$  в черен и бял цвят така, че общо белите и черните не са еднакъв брой, а във всеки правоъгълник  $1 \times 4$  са поравно.  
 б) Може ли да се разреже клетъчна дъска  $10 \times 10$  на правоъгълници  $1 \times 4$ ?



### На дом

**РЧ1.** Може ли кон достигне от левия долен ъгъл до десния горен ъгъл на шахматна дъска  $8 \times 8$ , минавайки точно по веднъж през всяка клетка.

**РЧ2.** Отбелязани са върховете и центровете на стените на куб и са построени диагоналите на всички стени. Може ли по отсечките на тези диагонали да се обходят всички отбелязани точки, минавайки точно по веднъж през всяка от тях?

**РЧ3.** За игра на дама на земята е нарисувана таблица с написани подред числата от 1 до 10 (вж. рис). Марта скочила отвън в клетка 1, след това заскачала по останалите клетки (всеки скок на съседна по страна клетка) и изскочила навън от таблицата от клетка 10.

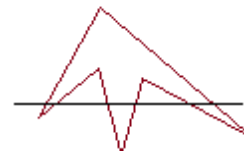
1	4	5	8	9
2	3	6	7	10

Известно е, че на клетка 1 Марта е била 1 път, на клетка 2 – 2 пъти, ..., на клетка 9 – 9 пъти.

Колко пъти е била Марта на клетка 10?

**РЧ4.** Шахматната фигура камила ходи на 3 клетки по вертикала и 1 по хоризонтала или, наобратно, на 3 по хоризонтала и 1 по вертикала.

Камилата направила по дъска  $100 \times 100$  няколко хода и се върнала на стартовото поле. Докажете, че броят на ходовете е четен.



**РЧ5.** На рисунката права пресича всички страни на 6-ъгълника. Може ли права да пресече всичките страни на 11-ъгълник, без да мине през нито един негов връх?