

## Покрития

0. Докажете, че:

а) кръг с диаметър 1 може да се покрие от квадрат със страна 1;

б) квадрат със страна 1 може да се покрие от кръг с диаметър  $\sqrt{2}$ .

1. а) В стена е пробита дупка във форма на квадрат със страна 1 дм. Докажете, че през нея може да премине плосък твърд кръг с радиус 7 см.

б) В стена е пробита кръгла дупка с диаметър 1 дм. Може ли през нея да мине плосък твърд равноностранен триъгълник със страна 11 см?

2. Две отсечки с дължина 1 имат обща точка. Докажете, че и двете едновременно могат да бъдат покрити от кръг с радиус 1.

3. Може ли равноностранен триъгълник да бъде покрит от два по-малки равностранни триъгълника?

4. Докажете, че правоъгълен триъгълник с ъгъл  $40^\circ$  и хипотенуза 1 дм може да бъде покрит с равноностранен триъгълник със страна 1 дм.

5. а) Може ли с четири кръга с диаметър 1 да се покрие квадрат с лице 2?

б) Може ли с четири единични квадрата да се покрие равноностранен триъгълник със страна 2?

6. На страните на остроъгълен триъгълник като на диагонали са построени три квадрата. Докажете, че тези квадрати напълно покриват триъгълника.

7. Даден е остроъгълен триъгълник  $ABC$ . Той е покрит с три кръга, центровете на които са върховете на триъгълника, а радиусите са равни на височините, построени от съответните върхове. Докажете, че всяка точка на триъгълника е покрита от поне един кръг.

8. а) На масата лежат пет еднакви хартиени триъгълника. Всеки от тях може да се движи в произволно направление, *без да се завърта*. Вярно ли е, че винаги всеки от тях може да се покрие с останалите четири?

б) На масата лежат пет еднакви *равностранни* хартиени триъгълника. Всеки от тях може да се движи в произволно направление, *без да се завърта*. Докажете, че всеки от тях може да се покрие с останалите четири?

## Още задачи

КГ1. Триъгълникът  $P$  може да покрие триъгълника  $Q$ . Докажете, че вписаният кръг в триъгълника  $P$  може да покрие вписания кръг в триъгълника  $Q$ .

КГ2. В равнината са начертани множество от единични отсечки, всеки две от които имат обща точка. Докажете, че всички отсечки могат да бъдат покрити от :

а) квадрат със страна 2;      б) кръг с радиус 1,5 ;      в) кръг с радиус 1.

КГ3. Триъгълник може да бъде покрит от кръг с радиус 2. Докажете, че този триъгълник може да бъде покрит от три кръга с радиус 1.

КГ4. Докажете, че всеки твърд плосък триъгълник  $T$  с лице, по-малко от 4, може да премине през триъгълна дупка  $Q$  с лице 3.

КГ5. Единичен квадрат е разрязан на  $n$  триъгълника. Докажете, че един от триъгълниците може да покрие квадрат със страна  $1/n$ .

КГ6. От картон е направена пирамида. Разрязали я по околните ръбове и околните стени прегънали така, че да легнат на основата. Докажете, че заедно околните стени напълно покриват основата на пирамидата.