

## Еднакви графи

**Определение.** *Дърво* – това е краен свързан граф без цикли

**Упражнение 1.** Дайте пример за три различни дървета с 5 върха.

**Упражнение 2.** Докажете, че в дърво с  $n$  върха има точно  $n-1$  ребра.

**Определение.** Два графа се наричат *изоморфни*, ако можем така да преномерираме върховете на единия граф, че ако в единия граф  $i$ -ят връх е свързан с  $s$  ребро с  $j$ -я, то в другия също е така.

Кои от следните графи са изоморфни:

*A:* Върховете и ребрата на октаедра.

*B:* Върховете са клетките на дъска  $2 \times 3$ , ребрата – движението на топ.

*C:* Върховете са стените на куб, те са свързани с ребра, ако имат обща страна.

*D:* Върховете и страните на шестоъгълник.

*E:* Върховете са числата от 1 до 6, които са свързани с ребра, ако са взаимно прости.

*F:* Върховете са трибуквени думи, състоящи се от буквите И,К,С, а с ребра са свързани тези думи от тях, които са получени при замяната на две съседни букви.

**Теорема 4.** В свързан граф може да премахнем няколко ребра така, че да се получи дърво.

**Определение.** Дървото от предходната теорема се нарича *основно дърво* или *скелет* на графа.

5. Колко неизоморфни едно на друго дървета с 6 върха има?



6. а) Докажете, че от всяко крайно дърво може да премахнем един връх и всички излизащи от него ребра, така че графът да остане свързан.

б) Докажете същото за всеки краен граф.

7. За какъв най-малък брой ходове белите и черните коне на рисунката ще си сменят местата?

8. Летящ топ се движи както обикновено, но не може да стъпи на съседно поле. Колко различни затворени обходи на дъска  $4 \times 4$  има за този топ?

### Още задачи

**ЕГ1.** Докажете, че ако в дървото има ребро, то в него има не по-малко от 2 върха, от които излиза точно по едно ребро.

**ЕГ2.** Може ли в компания всеки да има точно по 6 познати, а всеки двама да имат точно по 2 познати?