

## Инвариант и пресмятания

*Инвариантът може да се използва за пресмятане и оценка.*

1. Близо до всеки от четирите ъгъла на правоъгълен басейн на  $10 \times 25$  m стои спортист. Треньор идва до края на басейна и прави знак на всички спортисти да итидат при него по най-кратки пътища по края на басейна. Известно е, че трима от тях общо са изминали 50 метра. Колко метра е изминал четвъртият?

2. В буркан има 500 долара. Разрешени са две операции: да се вземат от буркана 300 долара или да поставим в него 18 долара. Тези операции могат да се извършат много пъти, като знаем, че освен парите, които първоначално са поставени, други няма. Каква максимална сума пари можем да извадим от буркана?

3. Има три купчини с камъни: в първата има 51 камъка, във втората има 49 камъка, а в третата има 5 камъка. Разрешено е да събираме кои да са две купчини заедно или да разделяме купчина с четен брой камъни на две равни. Намерете купчина с какъв най-малък брой камъни можем да получим?

4. Изпъкнал  $n$ -ъгълник е разрязан чрез непресичащи се диагонали на:

а) триъгълници; б) четитиъгълници.

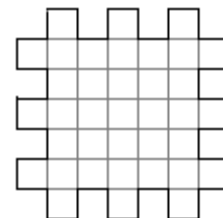
Колко част са се получили?

5. По кръг са разположени редувайки се 30 монети: три ези, три тура, три ези и т.н. Ако двата съседа на монета са различни, то можем да я обърнем. Какъв най-голям брой монети могат да показват ези, използвайки тази операция?

6. В една страна има монети от 7, 13 и 25 динара. Веселина платила за пай с няколко монети и получила като ресто с две монети повече. Колко най-малко може да струва паят?

7.а) Какъв най-голям брой двуклетъчни домина можем да изрежем от фигурата на рисунката?

б) На какъв най-малък брой правоъгълници можем да разрежем фигурата ( по линиите на клетките)?



8. Шахматна дъска отначало е оцветена по обичайния начин. За един ход е разрешено да оцветим в противоположния цвят всички клетки на един стълб или на един ред. След няколко такива операции на дъската има бяла клетка. Какъв най-малък брой клетки могат да останат бели?