

Инвариант и подсчеты

Инвариант можно применять для подсчетов и оценок.

1. Возле каждого из четырёх углов прямоугольного бассейна 10×25 м стояло по спортсмену. Тренер подошел к краю бассейна, и подозвал к себе всех спортсменов. Все подошли кратчайшими путями по кромке бассейна. Известно, что трое прошли в сумме 50 метров. Сколько прошел четвертый?
2. В банке 500 долларов. Разрешаются две операции: взять из банка 300 долларов или положить в него 18 долларов. Эти операции можно проводить много раз, при этом, однако, никаких денег, кроме тех, что первоначально лежат в банке, нет. Какую максимальную сумму можно извлечь из банка и как это сделать?
3. Есть три кучки камней: 51 камень – в первой, 49 – во второй, 5 – в третьей. Разрешается объединять любые кучки в одну, а также разделять кучку, состоящую из четного количества камней, на две равные. Кучку какого наименьшего размера можно получить?
4. Выпуклый n -угольник разрезан непересекающимися диагоналями на
а) треугольники; б) четырёхугольники.
Сколько частей получилось?
5. По кругу расположены 30 монет, чередуясь: три подряд орлом, три решкой, три орлом, три решкой и т.д. Если у монеты два соседа лежат по-разному, ее можно перевернуть. Какое наибольшее число монет можно положить орлом с помощью таких операций?
6. В некоторой стране есть монеты 7, 13 и 25 динаров. Веселина заплатила за пирог несколько монет, и получила на сдачу на две монеты больше. Какова наименьшая стоимость пирога?
7. а) Какое наибольшее число двуклеточных домино можно вырезать из фигуры на рисунке?
б) На какое наименьшее число прямоугольников можно разрезать (по границам клеток) клетчатую фигуру на рисунке?
8. Шахматная доска вначале доска раскрашена как обычно. За один ход разрешено перекрасить в противоположный цвет все клетки одной строки или столбца. После нескольких таких операций на доске есть белая клетка. Какое наименьшее число клеток могли остаться белыми?

