

Инвариант

Определение: **Инвариант** – това е нещо (число, свойство), което не се изменя при прилагане на разрешените действия (напр. при разрязване не се изменя сумата от лицата на частите на фигурата). Типични инварианти са: четността, остатъкът по някакъв модул, произведението или сумата на всички числа или остатъци и т.н.

Ако при разрешените операции инвариантът се запазва, то не може да се получи друга стойност на инварианта.

Четност, делимост и остатъци

1. Може ли с монети от 14 и 35 крони да заплатим сума от 245 крони? А сума от 2005 крони?
2. Може ли сумата от 55 динара да обменим с десет монети от 1, 3, 5 и 7 динара? А с 13 монети?
3. Банкомат обменя една монета за 5 други. Може ли чрез него да обменим една монета за 77 други? А за 100 монети? А за 111 монети?
4. Деца се разхождат по двойки и носят орехи в джобовете си. Във всяка двойка едното дете има 2 пъти повече орехи от другото. Може ли общият брой орехи да е 1000?
5. Има три купчини с камъни: в първата има 51 камъка, във втората има 49 камъка, а в третата - 5 . Разрешено е да събираме кои да са две купчини заедно или да разделяме купчина с четен брой камъни на две равни. Може ли да получим 105 купчини с по един камък всяка?
6. На остров живеят 13 сиви, 15 кафяви и 17 малинови хамелеона. Ако се срещнат два раноцветни хамелеона, те едновременно си променят цвета – стават от третия цвят. Може ли след известно време всички хамелеони да станат от едноцветни?

Оцветявания

При оцветяване държим сметка за броя, разликата или четността на клетките от един и същи цвят. Ако не е дадено как да оцветим, сами измисляме как да стане това.

7. а) От квадратна мрежа 20×20 е изрязана една ъглова клетка. Може ли останалата дъска да да разрежем на правоъгълници 2×1 ?
- б) От квадратна мрежа 20×20 са изрязани две ъгови клетки: долната лява и горната дясна. Може ли останалата дъска да разрежем на правоъгълници 2×1 ?
8. а) На дъска 8×8 можем да изберем кой да е правоъгълник, състоящ се от 4 или 6 клетки и да сменим цвета им. Може ли, използвайки това правило, да оцветим една дъска в бяло, ако преди това тя е била шахматно оцветена?
- б) Въпросът е същия, само че дъската е 7×7 и отначало всички ъгови клетки са черни.
9. На дъска е разрешено да изберем кой да е правоъгълник, в който има клетки от два цвята и да сменим цвета на всички клетки в противоположния цвят. Може ли , използвайки тази операция, шахматна дъска 8×8 да направим изцяло бяла?
10. Може ли квадратна мрежа 10×10 да разрежем на правоъгълници 4×1 ?