

Пространство вариантов

Если надо найти не предмет, а один вариант ответа из некоторого множества (пространства) возможных вариантов, то полезно выписать все возможные варианты. А затем делать такие испытания, чтобы количество подозрительных вариантов в наихудшем случае было как можно меньше.

1. Задуманы два континента. За какое наименьшее число вопросов типа «Да/Нет» можно наверняка определить оба?
2. Есть две золотые и 4 серебряные монеты, среди них по одной фальшивой из каждого металла. Фальшивки на 1 г легче настоящих, настоящие серебряные весят одинаково, веса золотых и серебряных монет могут отличаться. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно найти обе фальшивки?
3. а) Есть пять шаров, из них два радиоактивны. За одну проверку можно узнать, есть ли в данной группе радиоактивный шар или нет. За какое наименьшее число проверок можно наверняка выявить оба радиоактивных шара?
б) То же, но надо найти 2 радиоактивных шара из шести.
4. а) 4 монеты, среди которых есть как настоящие, весящие по 10 г, так и фальшивые, весящие по 9 г, выложены в ряд. Известно, что каждая настоящая лежит левее любой фальшивой. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка определить все фальшивые монеты?
б) То же, но монет 10.
5. а) Какое наименьшее число королей можно расставить на клетчатой доске 9×10 так, чтобы они победили все свободные поля?
б) Петя задумал двузначное число. За одну попытку Вася называет двузначное число. Если каждая из цифр Васиного числа отличается не более чем на 1 от стоящей на том же месте цифры Петиного числа, то Вася выиграл. За какое наименьшее число попыток Вася может гарантированно выиграть?

Зачётные задачи

ПВ1. По кругу лежат 54 монеты, из них две фальшивых. Известно, что настоящие монеты весят одинаково, фальшивые монеты тоже весят одинаково, но фальшивые легче настоящих. Известно также, что фальшивки лежат либо рядом, либо строго напротив друг друга. За какое наименьшее взвешиваний на чашечных весах без гирь число можно найти обе фальшивки?

ПВ2. На клетчатом поле 10×10 стоит корабль 1×4 . За какое наименьшее число выстрелов можно наверняка в него попасть?

ПВ3. В клетках квадрата 3×3 лежит по рубину (их веса могут быть различны). Шах проверил суммарные веса рубинов в 7 из 8 прямых рядов из трёх клеток – по вертикали, горизонтали и двум диагоналям и убедился, что они равны. Он сообщил об этом мудрецу, но не сказал, какой из рядов остался непроверенным. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь мудрец может узнать, отличается ли вес тройки в непроверенном ряду от весов остальных троек, и если да, то найти этот ряд?

ПВ4. В ряд лежат 8 монет, при этом из левых четырёх одна фальшивая и из правых четырёх тоже одна (обе фальшивые легче настоящих и равны по весу друг другу). За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка определить, сколько настоящих монет лежит между парой фальшивых (сами фальшивые монеты определять не обязательно).

Малый мехмат, 7 класс, гр.1329а, 12 июля 2019 г, <http://www.ashap.info/Uroki/Bolgar2/2019/7-1329a/index.html>