Испытания и оценки

Чтобы доказать невозможность *определить наверняка* за данное число вопросов/испытаний, надо следить за числом *подозрительных объектов* при игре против читера или «госпожи Неудачи».

1. **а)** Зритель задумывает одну из 100 карточек. За один ход фокусник может разложить все карточки на 10 кучек и узнать у зрителя, в какой из групп находится карточка. За какое наименьшее число вопросов фокусник может наверняка определить задуманную карту?
   б) То же, но фокусник раскладывает на 4 кучки.
2. Петя загадал двузначное число, кратное 3. Вася может задавать вопросы с ответом «Да» или «Нет», на которые Петя честно отвечает. За какое наименьшее число вопросов Вася может наверняка определить загаданное число?

Чтобы оценить необходимое число испытаний, можно заменить объекты на карты, испытание – на раскладывание карт, а результат испытаний – на ответ зрителя. Этим мы расширяем возможности фокусника, и если даже так ему вопросов не хватит, то не хватило бы и при разрешенных испытаниях.

3. Есть 10 монет, из них одна фальшивая, легче настоящей. Все настоящие весят одинаково. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка найти фальшивую монету?

Пусть у испытания возможны k исходов. Так как каждый ответ даёт один исход, то варианты исхода делят объекты на k групп. Когда фокусник отгадать может, но распределение карт задано жёстко, то надо искать испытания, делящие подозрительные объекты на группы таких жестких размеров.

4. Петя загадал натуральное число A от 1 до 8. Витя называет любое натуральное число X, и Петя отвечает, делится ли X на загаданное A.
   а) Может ли Витя наверняка угадать A после двух таких вопросов?
   б) А после трёх?
5. Есть 9 медалей: одна золотая, 3 серебряных и 5 бронзовых. Известно, что ровно одна из медалей – фальшивая, легче настоящей из того же металла. Настояшие медали из одинакового металла весят поровну. За какое наименьшее число взвешиваний можно найти фальшивую медаль?

Внимание: при взвешивании объекты делятся не на группы «левая чаша», «правая чаша», «отложенные». При данном взвешивании они делятся на «те, из-за которых перевесит левая чаша», на «те, из-за которых перевесит правая чаша» и на «те, из-за которых будет равновесие».

6. Есть 5 серебряных монет и 4 золотые (они отличаются по виду от серебряных). Известно, что одна из них фальшивая, а остальные настоящие (учтите, что настоящая серебряная монета может отличаться по весу от настоящей золотой!). Если фальшивая монета серебряная, то она легче настоящих монет, а если золотая – то тяжелее. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка найти фальшивую монету?
7. **а)** Есть 36 карт. Зритель загадывает одну из них. Фокусник дожен разложить карты на стопки с разным числом карт и спросить, в какой из стопок задуманная карта, а зритель честно ответит. За какое наименьшее число вопросов фокусник может наверняка найти задуманную карту?
   б) То же, но карт 32.

Для самостоятельного решения

Ис1. Имеется 9 гирек-эталонов весом 100 г, 200 г, …, 900 г, и чашечные весы без других гирь. К сожалению, одна из гирек побывала в руках нечестных торговцев, и теперь она весит немного (не более чем на 10 г) легче, чем раньше. За какое наименьшее число взвешиваний можно определить облегченную гирьку?

Ис2. В кассе купца Калашникова впервые за долгое время появились деньги – по 9 монет достоинствами в 2, 3 и 5 копеек. Стало известно, что одна из них – фальшивая, легче настоящей (а настоящие весят соответственно 2, 3 и 5 г). Разгневанные работники требуют немедленной выдачи зарплаты, причем настоящими монетами. У приказчика есть чашечные весы без гирь. Как только становится ясно, что какие-либо монеты – настоящие, они выплачиваются работникам и, естественно, в дальнейших взвешиваниях не участвуют. Может ли приказчик наверняка выявить фальшивую монету за 3 взвешивания?

Ис3. В этой задаче Петя может отвечать на вопросы «да», «нет» или «не знаю». Он загадал целое число от 1 до 3. Придумайте такие вопросы, чтобы за один вопрос угадать это число.

Ис4. Из 9 монет одна фальшивая – легче остальных. Имеются два экземпляра внешне неразличимых чашечных весов, из которых одни заедают (при любом взвешивании, в котором на чашах поровну монет, показывают равенство). За какое наименьшее число взвешиваний можно найти фальшивую монету?