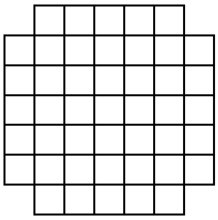
Склеиваем пазл

Собирая пазл, не обязательно приклеивать кусочки по одному, можно склеивать их в группы, а группы соединять друг с другом. Путь к результату может проходить через самые разные цепочки частичных конструкций. Но какую бы цепочку мы ни выбрали, есть удобный счётчик – число кусков. И, следя за ним на каждом шаге, удобно доказывать достижение нужного результата и его независимость от способа.

1. Клетчатую плитку шоколада 5×20 разрешается за один ход разломить по границам клеток на два меньших прямоугольных куска. Следующим ходом разрешается выбрать любой кусок и так же разломить его на два, и т.д. При этом ни в какой момент не должно возникать квадратных кусков. Какое наибольшее число ходов может быть сделано?

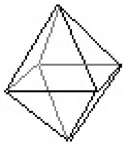


2. а) Из квадратных кусочков Петя сложил пазл в форме доски 7х7 без уголков (см. рис). Пазл ему понравился, и Петя решил его склеить и повесить на стену. За одну минуту он склеивал вместе два куска — начальных, или ранее склеенных. Сколько минут ему понадобилось для склейки цельной картины?

б) Из спичек сложена доска 7х7 без угловых клеток (см. рис), разбитая на клетки со стороной в одну спичку. В центральной клетке сидит жук, который не может переползать через спичку. Какое наименьшее число спичек надо убрать, чтобы жук мог доползти до любой клетки?

В предыдущей задаче был процесс: склеивание пазла. Обратите внимание, что в нем не требовалось приклеивать начальные куски пазла по одному – и это не повлияло на результат!

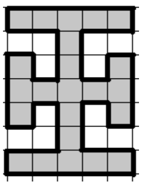
Если процесса нет, его полезно организовать. Склеивание пазла даёт удобную модель и не накладывает излишних ограничений.



3. а) Какое наибольшее число рёбер можно перекусить в проволочном каркасе октаэдра (см. рис) так, чтобы каркас не развалился на части?

б) А чтобы каркас развалился не более чем на 3 части?

Искомая величина может не совпадать с числом склеек, но быть связана с ним равенством или неравенством, дающим нужную оценку.

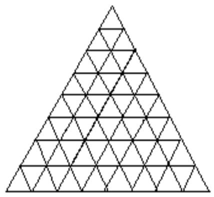


4. Фигуру на рисунке справа разрезали по границам клеток на 6 частей. Чему может быть равна сумма периметров этих частей? (Сторона клетки равна 1).

5. Докажите, что периметр клетчатого многоугольника из 100 клеток не больше 202.

6. Несколько шахматистов устроили турнир. Всего в нем было 100 партий, при этом ничьих на 10 меньше, чем результативных партий. Тот, кто хоть раз проигрывал – выбывал. Последний, кто остался, стал чемпионом. Сколько всего было шахматистов?

7. Из спичек сложен треугольник, разбитый на 64 треугольных ячейки со стороной в одну спичку (см. рис.).



а) В трёх угловых ячейках сидит по жуку, которые не могут переползать через спичку. Часть спичек убрали. Теперь до каждой из ячеек кто-нибудь из жуков может доползти. Какое наименьшее число спичек могло быть убрано?

б) В каждой из 64 ячеек сидит по жуку, которые не могут переползать через спичку. Все спички внешнего контура намазаны мёдом. Какое наименьшее число спичек надо убрать, чтобы каждый жук мог доползти и полизать мёда?

Зачетные задачи

СП1. Треугольную клетчатую фигуру из задачи 7 разрезали по границам клеток на 3 многоугольные части. Какова наибольшая возможная сумма периметров этих многоугольников? (Сторона клетки равна 1.)

СП2. Дан клетчатый прямоугольник 7×10. Каждую его клетку разрезали по одной из диагоналей. На какое наименьшее число частей мог распасться прямоугольник?

СП3. В ряд лежат 111 кучек по одному ореху. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход нужно найти какие-нибудь две соседние кучки (то есть без кучек между ними), где правая не меньше левой, и объединить их в одну. Тот, кто делает последний ход, выигрывает. Кто из играющих может всегда выигрывать, как бы ни играл соперник?