

## КОНСТРУКЦИИ С ДЕЛИМОСТЬЮ И ЦИФРАМИ

1. а) Существует ли 30-значное число с суммой цифр 30, которое оканчивается на 30 и делится на 30?
- б) Существует ли 28-значное число с суммой цифр 28, которое оканчивается на 28 и делится на 28?
- в) Существует ли 11-значное число с суммой цифр 11, которое оканчивается на 11 и делится на 11?

**Определение.** Число, равное квадрату натурального числа, называется *точным* квадратом.

2. Существуют ли такие натуральные  $m$  и  $n$ , что

а)  $m^2 - n^2 = 33$ ; б)  $m^2 - n^2 = 34$ ; в)  $m^2 - n^2 = 36$ ?

г) Найдите все натуральные числа, которые могут быть представлены как разность точных квадратов.

3. Может ли точный квадрат оканчиваться цифрами

а) 96; б) 61; в) 66?

**Определение.** *Палиндром* – это число, которое не меняется при записи задом наперед (например, 3, 66 и 12721 – палиндромы, а 2019 – нет).

4. Придумайте палиндром

а) кратный 18; б) кратный 16; в) кратный 54; г) кратный 56.

5. Какая наименьшая сумма цифр может быть у числа

а) кратного 24; б) кратного 7; в) кратного 22, но не кратного 5?

6. Решите ребусы

а)  $AX \times AX = ШАХ$ ; б)  $ЛИК \times ЛИК = СУСЛИК$ ; в)  $АЖУР \times АЖУР = **АБАЖУР$ .

7. а) Существует ли 4-значное число, кратное 11, в котором все цифры различны?

б) Найдите наибольшее число, кратное 11, в котором все цифры различны.

8. В клетчатом квадрате закрасили часть клеток. Закрашенные клетки образуют квадрат. Осталось незакрашено 107 клеток. Докажите, что в большом квадрате закрашена ровно одна угловая клетка.

### Зачётные задачи

**КД1.** Какая наименьшая сумма цифр может быть у числа, кратного 99?

**КД2.** а) Докажите, что существует палиндром, кратный  $2^{30}$ ;

б) Докажите, что существует палиндром, кратный  $6^{10}$ ;

в\*) Докажите, что для любого натурального  $N$  **не кратного 10** существует палиндром, кратный  $N$ .

**КД3.** В записи точного квадрата – тысяча цифр. Какое наименьшее количество из этих цифр может быть чётными?