

Длинные числа

Длину можно наращивать за счет повторений и несущественных частей.

1. Назовем натуральное число зеброй, если в его записи строго чередуются четные и нечетные цифры. Может ли сумма двух 100-значных зебр разной чётности быть стозначной зеброй?
2. В каждом из 100-значных чисел a и b встречаются все 10 цифр. Суммы цифр этих чисел одинаковы. Может ли сумма цифр числа $a+b$ быть то же, что и у числа a ?

С длинным числом легче справиться, если в нем повторяются одинаковые короткие части. Удобнее работать с круглыми числами и теми, которые через них выражаются.

3. Найдите сумму цифр следующих 100-значных чисел:

а) $20\dots018^2$; б) $99\dots99^2$; в) $33\dots33^2$.

Длину можно наращивать за счет повторений и несущественных частей.

4. Используя знаки арифметических действий (включая возведение в степень), скобки и цифры с общей суммой цифр не более 10, представьте следующие стозначные числа:

а) $33\dots3328$; б) $166\dots67$; в) $33\dots36667$; г) $3636\dots36$.

5. Акерке выписала числа 1, 2, 3, ..., 100 подряд без пробелов. Получилось многозначное число $A=1234\dots9899100$.

а) Найдите сумму цифр числа A ;

б*) Найдите сумму цифр числа $2A$.

6. Ксюша выписала числа 1, 2, 3, ..., K подряд без пробелов. Получилось многозначное число $1234\dots9101112\dots$. Можно ли подобрать K таким, чтобы это число можно было разложить в произведение не менее чем 20 различных сомножителей?

7. Представьте

а) 2016; б) стозначное число $20162016\dots2016$

в виде произведения двух палиндромов. (*Палиндром* не меняется при записи задом наперёд).

Зачётные задачи

ДЧ1. Найдите сумму цифр числа $2A$ (A – число Акерке из задачи 5).

ДЧ2. Существует ли стозначное число, которое при замене любой цифры на другую остается составным?

ДЧ3* Барон Мюнхгаузен утверждает, что знает такие натуральные числа a и d , что в ряду из 21 числа $a, a+d, a+2d, \dots, a+20d$ сумма цифр с каждым шагом увеличивается ровно на 1. Могут ли слова барона быть правдой?

КД4. В записи точного квадрата – тысяча цифр. Какое наименьшее количество из этих цифр может быть чётными?