

Узкие места

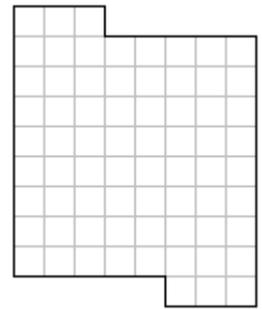
Кто нам мешает, тот нам поможет.

1. Сколькими способами можно фигуру на рисунке разрезать по границам клеточек на

- а) прямоугольники 1×5 ;
- б) прямоугольники 1×7 ?

2. В каждом из двух пятизначных чисел каждая следующая цифра больше предыдущей.

- а) Эти числа зашифровали словами УЗКОЕ и МЕСТО (как обычно, одинаковые цифры заменили на одинаковые, разные – на разные). Сколько решений у этого ребуса?
- б) То же, если получились слова УЗКИЕ и МЕСТА?



3. Можно ли разрезать квадрат на 3 меньших квадрата (не обязательно одинаковых)?

4. а) Сколькими способами можно целые числа от 1 до 99 выписать в строку так, чтобы разность любых двух соседних (из большего вычитается меньшее) была не меньше 50?

б) Тот же вопрос для чисел от 1 до 100?

5. В цирке 10 силачей вынесли на арену на руках по циркачке, каждая легче того, кто её нёс. Потом эти циркачки унесли с арены каждая по силачу.

а) Могло ли случиться что каждая циркачка несла силача легче себя?

б) 9 из этих циркачек несли силачей легче себя. Сколькими способами могли распределиться пары, если известно, что все веса различны и равны 60, 61, ..., 79 кг?

6. Квадрат 10×10 сложен из домино 1×2 . Пара доминошек – *плохая*, если они вместе образуют квадратик 2×2 . Каково наименьшее возможное число плохих пар?

Зачётные задачи

УМ1. Кубик $3 \times 3 \times 3$ надо распилить прямыми разрезами на единичные кубики. Каково наименьшее возможное число разрезов, если между разрезами части разрешается перекладывать и пилить по несколько частей сразу?

УМ2. Можно ли расставить 30 белых и одну черную ладью на шахматной доске так, чтобы каждая белая была не менее трех других?

(Ладьи бьют друг друга если они стоят в одном ряду и между ними нет других ладей)

УМ3. Петя взял 10 последовательных натуральных чисел, переставил их в другом порядке и записал друг за другом без пробелов; получилось многозначное число P . Вася взял 11 последовательных натуральных чисел, переставил их в другом порядке и записал их друг за другом без пробелов; получилось число V . Могло ли случиться, что $P = V$?

УМ4. Можно ли расставить числа 1, 2, 3, ..., 100 по кругу так, чтобы разность каждой пары соседей была не меньше 30, но не больше 50?