

Точки и прямые (оценка+пример)

При ответе на вопрос про наибольшее количество надо дать числовой *ответ*, привести *пример* с этим ответом и доказать *оценку*, то есть привести рассуждение, объясняющее, почему пример с большим количеством невозможен. В задачах на наименьшее количество оценка объясняет, почему невозможно меньшее количество.

Аксиома 1. Через две точки проходит ровно одна прямая.

1. На плоскости отмечены 5 точек. Через каждые две точки провели прямую.

а) Какое наибольшее число различных прямых могло получиться?

б) А наименьшее?

в) А наименьшее, большее числа из пункта б)?

2. Следствие. Если две прямые пересекаются, но не совпадают, то они пересекаются ровно в одной точке.

3. На плоскости проведено 5 прямых так, что любые две из них пересекаются.

а) Какое наибольшее число точек пересечения могло получиться?

б) А наименьшее?

в) А наименьшее, большее числа из пункта б)?

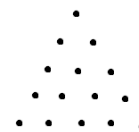
4. У замкнутой ломаной из 5 звеньев никакие два звена не лежат на одной прямой. Какое наибольшее число точек самопересечения может быть у этой ломаной?

5. На плоскости отмечен набор из 6 точек. Назовем прямую *честной*, если на ней и по обе стороны от неё лежит по 2 отмеченные точки.

Приведите пример набора, у которого число честных прямых равно

а) 3; б) 1; в) 5.

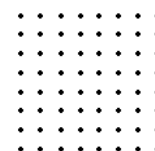
6. На плоскости отмечены 15 точек (см. рис). Каким наименьшим числом прямых можно зачеркнуть все эти точки?



Теорема. Если прямая не содержит ни одну из сторон квадрата или треугольника, то она пересекает его границу не более, чем в двух точках.

7. а) Каким наименьшим числом прямых можно зачеркнуть все точки на рисунке?

б) А если нельзя использовать вертикальные и горизонтальные прямые?



Зачётные задачи

ПТ1. а) В каком наибольшем числе точек могут пересечься контуры квадрата и треугольника?

б) А контуры двух четырехугольников?

ПТ2. Проведены несколько отрезков, и отмечены все их концы и все точки пересечения. Оказалось, что для каждой пары точек есть отрезок, на котором обе лежат. Отрезок, на котором лежит больше всего отмеченных точек, назовем *главным*.

а) Приведите пример такого набора отрезков, где отмеченных точек не меньше 7, причем вне главного – не меньше 2.

б) Есть ли набор, где вне главного отрезка лежит не менее 3 точек?

ПТ3. а) На плоскости отмечены 44 точки. Если выкинуть любую точку, то остальные можно зачеркнуть шестью прямыми. Докажите, что все точки можно зачеркнуть шестью прямыми.

б) То же для 42 точек.