

Испытания и оценки

Пусть надо выявить один случай из N , и каждый вопрос делит все случаи на k групп, выясняя, в какую из групп попал искомым случай. Тогда жадный алгоритм состоит в том, чтобы делить на такие группы, чтобы размер наибольшей был как можно меньше (в идеале – на равные группы).

1. а) Зритель задумывает одну из 100 карточек. За один ход фокусник может разложить все карточки на 10 кучек и узнать у зрителя, в какой из групп находится карточка. За какое наименьшее число вопросов фокусник может наверняка определить задуманную карту?

б) То же, но раскладывает на 5 кучек.

2. Диля загадала натуральное число от 1 до 8. За одну попытку Панкрат называет любое натуральное число, тоже от 1 до 8, и Диля отвечает «У меня делитель твоего» или «У меня не делитель твоего». Может ли Панкрат после трех попыток наверняка узнать Дилино число?

3. Есть 5 серебряных монет и 4 золотые (они отличаются по виду от серебряных). Известно, что одна из них фальшивая, а остальные настоящие (учтите, что настоящая серебряная монета может отличаться по весу от настоящей золотой!). Если фальшивая монета серебряная, то она легче настоящих монет, а если золотая – то тяжелее. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка найти фальшивую монету?

4*. Незамкнутая цепочка составлена из 31 звена. Известно, что одно из звеньев – фальшивое, легче остальных. При раскрытии одного (не крайнего) звена цепочка распадается на 3 части: это звено, и две цепочки справа и слева от звена. Какое наименьшее число звеньев придется раскрыть, чтобы при помощи взвешиваний найти фальшивое звено? (Число взвешиваний между раскрытиями неограничено)

Пространство вариантов

Чаще всего перед нами ситуация одного неизвестного варианта из некоторого множества (пространства) возможных элементарных вариантов. В предыдущих задачах варианты совпадали с предметами, но это не обязательно. Полезно выписать все возможные варианты и делать такие испытания, чтобы количество подозрительных вариантов в наихудшем случае было как можно меньше.

5. Имеются 5 одинаковых с виду монет. Известно, что одна из них фальшивая: легче или тяжелее настоящих, а все настоящие весят одинаково. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка найти фальшивую монету и узнать, легче она или тяжелее настоящей?

6. Задуманы два континента. За какое наименьшее число вопросов типа «Да/Нет» можно наверняка определить оба?

7. Несколько монет, среди которых есть как настоящие, весящие по 10 г, так и фальшивые, весящие по 9 г, выложены в ряд. Известно, что сначала идут настоящие, а потом, с некоторого места – фальшивые. За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка определить все фальшивые монеты, если в ряду

а) 4 монеты; б) 10 монет?

8. В ряд лежат 8 монет, при этом из левых четырёх одна фальшивая и из правых четырех тоже одна (обе фальшивые легче настоящих и равны по весу друг другу). За какое наименьшее число взвешиваний на чашечных весах без гирь можно наверняка определить, сколько настоящих монет лежит между парой фальшивых (сами фальшивые монеты определять не обязательно).

Зачётные задачи

Ис1. По кругу лежат 54 монеты, из них две фальшивых. Известно, что настоящие монеты весят одинаково, фальшивые монеты тоже весят одинаково, но фальшивые легче настоящих. Известно также, что фальшивки лежат либо рядом, либо строго напротив друг друга. Есть чашечные весы без гирь. За какое наименьшее число взвешиваний можно наверняка найти обе фальшивки?

Ис2. В этой задаче Петя может отвечать на вопросы «да», «нет» или «не знаю». Он загадал целое число от 1 до 81. Придумайте такие вопросы, чтобы за четыре вопроса угадать это число.

Ис3. Из 9 монет одна фальшивая – легче остальных. Имеются два экземпляра внешне неразличимых чашечных весов, из которых одни (неизвестно, которые) заедают (при любом взвешивании, в котором на чашах поровну монет, показывают равенство). За какое наименьшее число взвешиваний можно найти фальшивую монету?

Ис4. Есть N карт, из которых задумана одна. Разрешается разложить карты на стопки с разным числом карт и спросить, в какой из стопок задуманная карта. При каких N можно найти задуманную карту за два таких вопроса?