

Пошаговое построение серии

Следующий пример серии можно строить не с нуля, а дополнив или слегка перестроив предыдущий пример. Найдите любым способом несколько самых маленьких примеров и сравните соседние. Цепочка отличий обычно устроена гораздо проще. Заметив в ней регулярность, ищите *систематический* способ строить следующий пример из предыдущего. Самое простое – когда можно сделать небольшую добавку, например, добавить всего один элемент. Эту идею: поискать подходящую добавку – надо проверять в первую очередь!

1. Напишите строку из 10 различных натуральных чисел таких, чтобы сумма любых двух соседних была точным квадратом.
2. Сложите из доминошек 2×1 квадрат 10×10 так, чтобы ни в какой точке не соприкасались уголками четыре доминошки.
3. Придумайте набор из 8 различных натуральных чисел, сумма которых делится на каждое из них.

Пока что мы «наращивали» предыдущий пример без его изменения, просто добавляя новые части. Но можно строить новое и частичной заменой элементов старого.

4. Докажите, что любой треугольник можно разрезать на
 - а) 55 прямоугольных треугольников; б) 100 треугольников с углом 45° ; в) 111 треугольников с углом 45° .
5. а) Нарисуйте ряд из 8 клетчатых фигур разной площади таких, чтобы из любых двух соседних можно было сложить квадрат.
б) То же, но каждая из фигур не должна содержать квадрата 2×2 .
6. На каждой клетке доски 1×100 лежит по монете. Мы их считаем столбиками из одной монеты. За один ход разрешается любой столбик переставить влево или вправо на столько клеток, сколько монет в этом столбике. Если столбик прыгнул на столбик, они объединяются. Докажите, что можно за 99 ходов собрать все монеты в столбик
 - а) на самой левой клетке;
 - б) на любой заданной нам клетке.
7. Докажите, что найдется 77 различных простых чисел, дающих при делении на 4 остаток 3.

Зачётные задачи

ШС1. Имеются плашки (вырезанные из картона прямоугольники) размера 2×1 . На каждой плашке нарисована одна диагональ. Есть плашки двух видов (так как диагональ можно расположить двумя способами), причем плашек каждого вида имеется достаточно много. Можно ли выбрать 18 плашек и сложить из них квадрат 6×6 так, чтобы концы диагоналей нигде не совпали?

ШС2. Докажите, что любой треугольник можно разрезать на 77 равнобедренных треугольников.

ШС3. Поля клетчатой доски размером 8×8 будем по очереди закрашивать в красный цвет так, чтобы после закрашивания каждой клетки красная фигура имела ось симметрии.

Покажите, как можно, соблюдая это условие, закрасить 26 клеток.