

## КОНСТРУКЦИИ С ДЕЛИМОСТЬЮ И ЦИФРАМИ

1. а) Существует ли 30-значное число с суммой цифр 30, которое оканчивается на 30 и делится на 30?  
б) Существует ли 28-значное число с суммой цифр 28, которое оканчивается на 28 и делится на 28?  
в) Существует ли 11-значное число с суммой цифр 11, которое оканчивается на 11 и делится на 11?

**Определение.** Число, равное квадрату натурального числа, называется *точным* квадратом.

2. Существуют ли такие натуральные  $m$  и  $n$ , что  
а)  $m^2 - n^2 = 33$ ; б)  $m^2 - n^2 = 34$ ; в)  $m^2 - n^2 = 36$ ?  
г) Найдите все натуральные числа, которые могут быть представлены как разность точных квадратов.  
3. Может ли точный квадрат оканчиваться цифрами  
а) 96; б) 61; в) 66?

**Определение.** *Палиндром* – это число, которое не меняется при записи задом наперед (например, 3, 66 и 12721 – палиндромы, а 2018 – нет).

4. Придумайте палиндром  
а) кратный 18; б) кратный 16; в) кратный 54; г) кратный 56.  
5. Какая наименьшая сумма цифр может быть у числа  
а) кратного 24; б) кратного 7; в) кратного 22, но не кратного 5?  
6. Решите ребусы  
а) АХ×АХ=ШАХ; б) ЛИК×ЛИК=БУБЛИК.

7. Существует ли 99-значный палиндром, являющийся точным квадратом?

### Зачётные задачи

**КД0.** В клетчатого квадрате закрасили часть клеток. Закрашенные клетки образуют квадрат. Осталось незакрашено 107 клеток. Докажите, что в большом квадрате закрашена ровно одна угловая клетка.

**КД1.** Какая наименьшая сумма цифр может быть у числа, кратного 99?

**КД2.** а) Докажите, что существует палиндром, кратный  $2^{30}$ ;

б) Докажите, что существует палиндром, кратный  $6^{10}$ .

**КД3.** В записи точного квадрата – миллион цифр. Какое наименьшее количество из этих цифр может быть чётными?