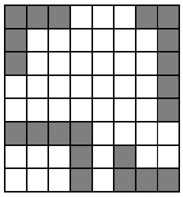
Разминка на малых

Когда пример не одинок, а входит в серию подобных ему, бывает полезно сначала посмотреть на самые маленькие примеры в серии. Два-три малых примера подскажут закономерность, которая поможет разобраться и с большими конструкциями. Но не забывайте, что *доказать* закономерность обычно можно только с помощью какого-нибудь общего рассуждения.



1. Клетчатый шестиугольник, которым нельзя накрыть квадратик , назовём *уголком (*см. примеры серых уголков на рисунке*)*. Разрежьте произвольный клетчатый квадрат без угловой клетки на клетчатые уголки с различным нечётным числом клеток.

2. Есть n монет достоинством в 1, 2, 3, …, n динаров. Какое наибольшее число людей могут разделить эти деньги поровну? Найдите ответ для случаев n=3, 4, 5, 6, 7, 99, 100.

3. а) Отряд из 48 детей разбили на пары и построили в колонну в два ряда. Соседями считаются сосед по паре сосед по ряду. У каждой мальчика ровно один из соседей – мальчик, у каждой девочки ровно двое из соседей – девочки. Найдите примеры такой расстановки.
б) То же для 50 детей.
в) То же для 52 детей.

4. а) Можно ли выписать в строку числа 1, 2, 3, 4 так, чтобы суммы любых пар соседей были равны или отличались на 1?
б) То же для чисел 1, 2, …, 7.
в) То же для чисел 1, 2, …, 77.

5. Есть лист клетчатой бумаги, сторона клеток равна 1. Рисовать можно только по линиям сетки. Нарисуйте
а) четырёхгоугольник площади 1;
б) 12-угольник площади 5;
в) 20-угольник площади 9;
г) 100-угольник площади 49.

Закономерность может проявляться не с самого начала. Более того, первые члены могут подсказать *неправильную закономерность*. Запомните: без общего рассуждения не обойтись!

6. Палиндром – это натуральное число, которое читается одинаково слева направо и справа налево (например, 1, 343 и 2002 палиндромы, а 2005 – нет).
Некоторый палиндром увеличили на 110, и сумма снова оказалась палиндромом. Сколько цифр могло быть в записи исходного палиндрома?

Зачётные задачи

РМ1. Расставьте числа 1, 2,..., 66 в вершинах и серединах сторон 33-угольника так, чтобы суммы трех чисел на концах и в середине каждой стороны были одинаковы.

РМ2. Вершины призмы раскрасили в 3 цвета так, что каждая соединена ребрами с вершинами трёх разных цветов. Сколько всего вершин может быть у такой призмы?

РМ3. В произведении двух натуральных чисел один сомножитель однозначный, и все цифры в записи сомножителей и произведения не меньше 6. Сколько цифр может быть в произведении?

РМ4. Секретный объект представляет собой в плане клетчатый прямоугольник ширины 5 м, разбитый разбитый коридорами на квадраты 5×5 м. В каждой вершине такого квадрата – выключатель. Щелчок выключателя действует сразу на все выходящие из этой вершины пятиметровые коридоры, меняя их освещенности на противоположные.
Сторож находится в углу полностью неосвещенного объекта. Он может ходить только по освещенным коридорам и щелкать выключателями любое число раз. При каком количестве квадратов он может перебраться на противоположную короткую сторону объекта и выключить везде свет?